

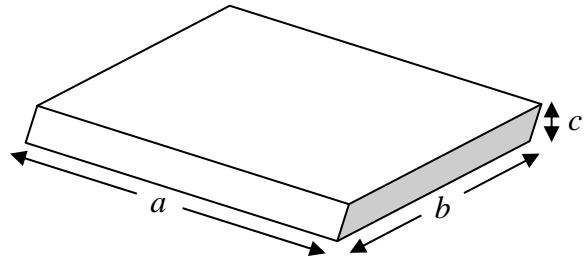
Lösungsideen Klassenstufe 7/8 – Band sparen...

Annahmen:

- Das einzupackende Buch kann – leicht vereinfacht, mathematisch modelliert – als ein Quader angesehen werden.
- Von der Breite des Bandes können wir absehen – die spielt keine wesentliche Rolle.
- Von der Schleife können wir auch absehen – die kommt in jedem Fall dazu.

Lösungsweg:

Wichtig sind die Seitenlängen des Buch-Quaders. Wir bezeichnen die Höhe des Buches mit a , die Breite des Buches mit b und die Dicke des Buches mit c .

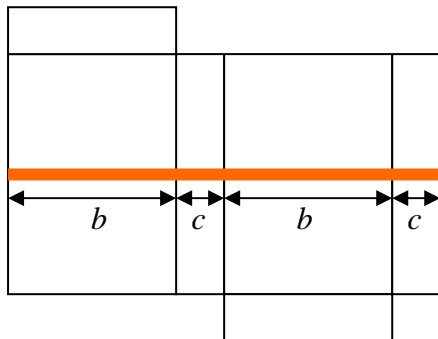


Beispiel 1:

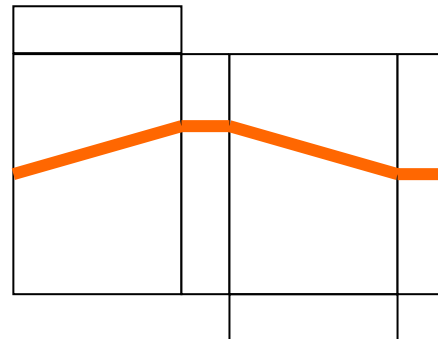


Wenn man das Band – so wie im Bild links – nur über die beiden kürzeren Seiten wickelt, braucht man natürlich am wenigsten Band. Mit unseren Bezeichnungen ist die Länge dann $2 \cdot b + 2 \cdot c$, ohne Knoten, ohne Schleife.

Dazu muss man das Band jeweils senkrecht zu den Kanten wickeln. Denn wenn man das nicht tut, braucht man mehr Band – das kann man gut an einem Netz (einer Abwicklung) des Quaders sehen:

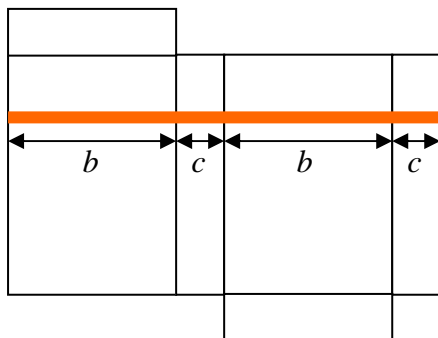


Das kurze Band ...

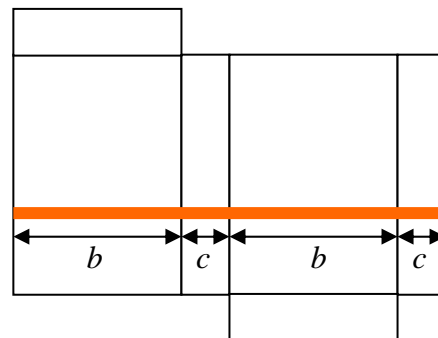


... und ein nicht so kurzes!

Hauptsache, man wickelt senkrecht zu den Kanten:



Ob weiter oben ...



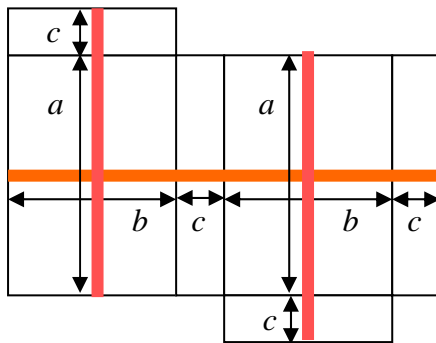
... oder unten: Immer gleich kurz!

Beispiel 2:

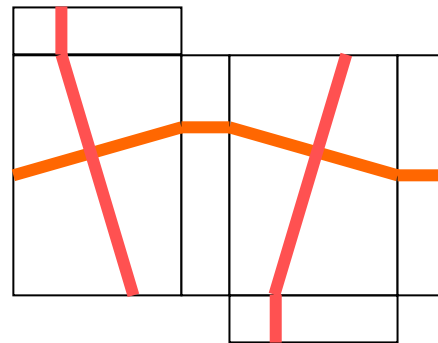


Wenn man das Band – so wie im Bild links – überkreuz über die Seiten wickelt, braucht man natürlich mehr Band. Dann ist die Länge $2 \cdot a + 2 \cdot b + 4 \cdot c$, ohne Knoten, ohne Schleife.

Dazu muss man das Band jeweils senkrecht zu den Kanten wickeln. Denn wenn man das nicht tut, braucht man mehr Band – das kann man wieder gut an einem Netz (einer Abwicklung) des Quaders sehen:



Das kurze Band ...



... und ein nicht so kurzes!

Und wie im Beispiel 1 ist es gleichgültig, ob man weiter oben oder weiter unten wickelt, weiter rechts oder weiter links – Hauptsache, man wickelt senkrecht zu den Kanten.

Beispiel 3:

Richtig spannend wird es, wenn man das Band – so wie im Bild rechts – schräg über die Seiten wickelt. Was kann dabei alles passieren? Auf was muss man achten, damit es passt? Und wie viel Band braucht man dabei?

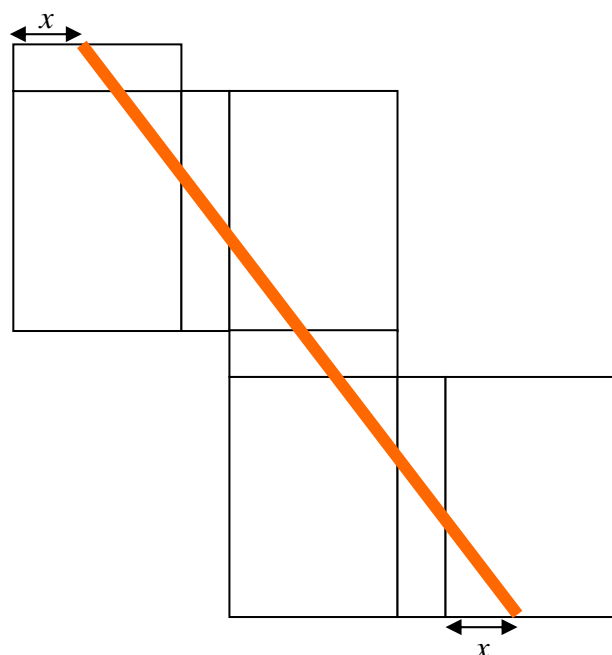


Natürlich liegt es nahe, sich dies wieder an einem Netz (einer Abwicklung) des Quaders anzusehen.

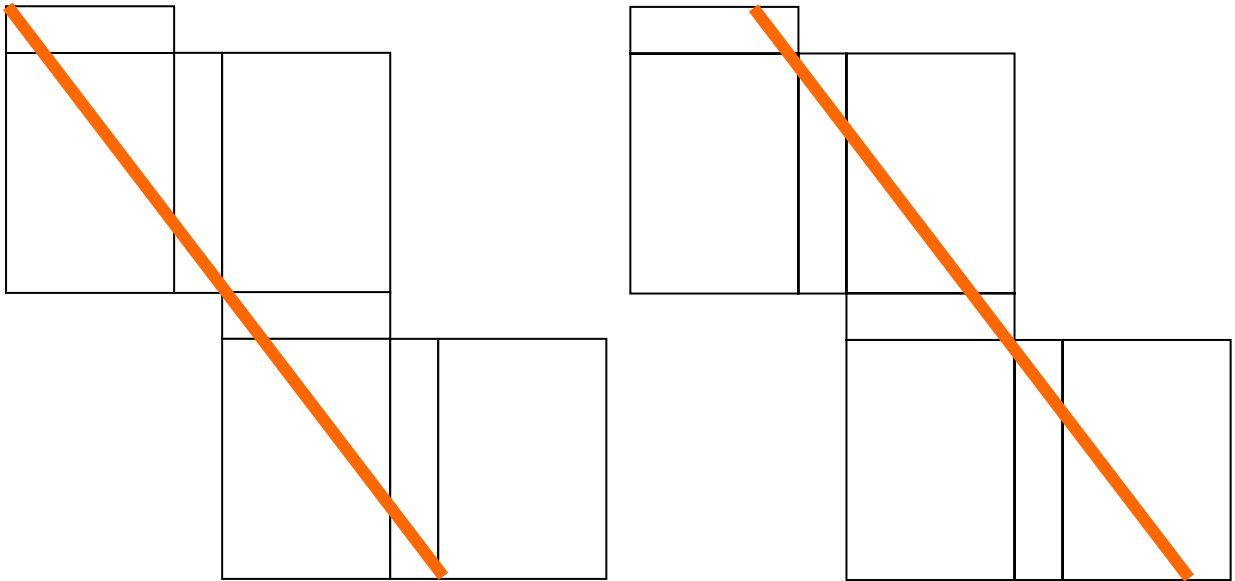
Allerdings ist das etwas verwickelter als in den ersten beiden Beispielen. Mit einem kleinen, aber wesentlichen Kniff gelingt es besonders elegant: Wir erweitern das Netz (die Abwicklung), indem wir die großen Flächen (auf denen das Band ja stets ein zweites Mal entlang läuft) doppelt zeichnen – und zwar so, dass das Band nun von Anfang bis Ende in einem Strich durchgezogen zu sehen ist, siehe rechts.

Am kürzesten ist das Band natürlich, wenn es in dieser Zeichnung keinen Knick aufweist, sondern gerade verläuft.

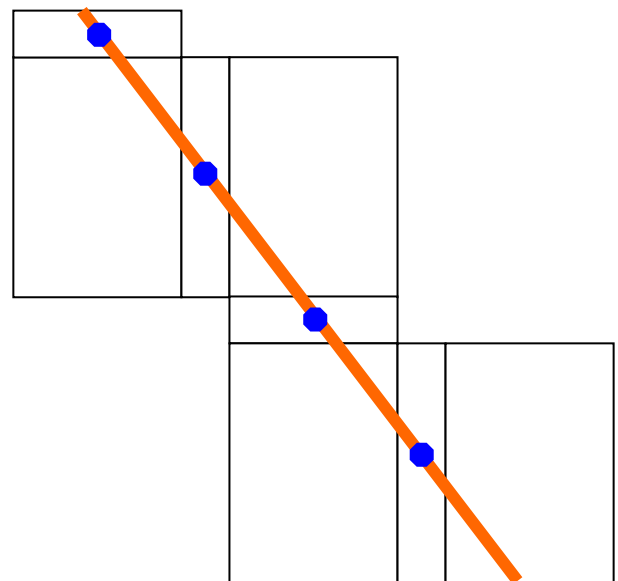
Wenn die beiden Strecken x (oben und unten) gleich lang sind, ist das Band geschlossen, wie gewünscht.



Diese Strecke x kann ohne Weiteres größer oder kleiner gewählt werden – dabei ändert sich die Länge des Bandes nicht. Dies kann man auch direkt ausprobieren: Das fest verknotete Band lässt sich leicht in dieser Hinsicht verschieben.



Besonders symmetrisch sieht es aus, wenn das Band genau durch die Mittelpunkte der kleineren Flächen verläuft (diese Flächen werden ja nur ein einziges Mal „besucht“), siehe rechts.



Die Länge des Bandes ergibt sich geometrisch: Sie ist die doppelte Länge der Hypotenuse in dem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten $a + c$ und $b + c$.

In Klasse 9/10 lässt sich das dann sogar berechnen, mit dem Satz des Pythagoras:

$$2 \cdot \sqrt{(a+c)^2 + (b+c)^2}$$

Wir sind sehr gespannt, was euch noch an weiteren Ideen zum Einpacken eingefallen ist!