Name: Klasse: Datum:

Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme grafisch lösen

Hester hat einen Handytarif, in dem sie keine Grundgebühr, aber pro Minute 0,49 € zahlt.
Sie sieht in der Werbung ein Angebot: „Tarif B: Nur 5 € monatliche Grundgebühr und pro Gesprächsminute 0,35 €.“

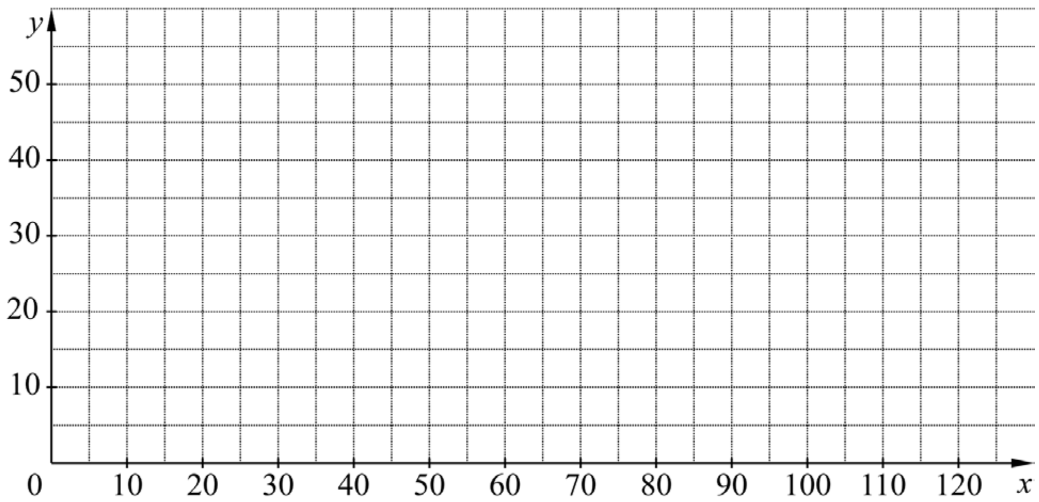
a) Erstelle eine Wertetabelle für den Tarif A, den Hester zurzeit nutzt.

Gesprächs-minuten	0	10	20	30	40	50	80	100
monatliche Kosten (in €)								

Erstelle eine Wertetabelle für den Tarif B aus der Werbung.

Gesprächs-minuten	0	10	20	30	40	50	80	100
monatliche Kosten (in €)								

b) Zeichne die Graphen zu Tarif A und Tarif B in das Koordinatensystem.



c) Der Schnittpunkt der beiden Graphen liegt etwa bei S ____________

Tarif A ist also günstiger bei bis zu etwa ________ Gesprächsminuten im Monat.

Ab ________ Gesprächsminuten im Monat lohnt sich für Hester der Wechsel zu Tarif B.

d) Gib die Funktionsgleichungen der beiden Graphen an.

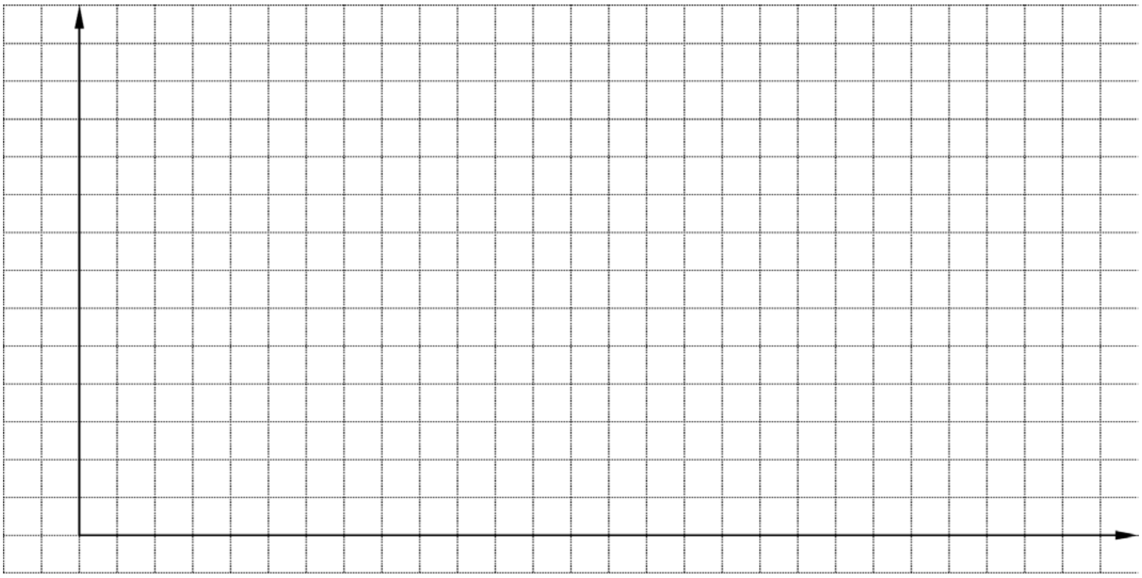
Funktion A: ____________________ Funktion B: ____________________

Name: Klasse: Datum:

Lineare Gleichungssysteme

Bewegungsaufgaben

1 Löse die folgende Aufgabe grafisch.
Einer Wanderin, die drei Kilometer in der Stunde zurücklegt, wird eine Stunde später ein Radfahrer nachgeschickt, der in 1,5 Stunden 14 km fährt.
Nach wie vielen Minuten und Kilometern hat der Radfahrer die Wanderin eingeholt?



2 Zwei Züge fahren zeitgleich aus Fulda und Marburg ab und treffen sich nach 45 Minuten.
Beide Städte sind 104 km voneinander entfernt.
Wäre der erste Zug 33 Minuten vor dem zweiten Zug abgefahren, würden sie eine Stunde nach Abfahrt des ersten Zugs noch zwei Kilometer voneinander entfernt sein.
Wie viele Kilometer legt jeder der zwei Züge in der Minute zurück?

Name:	Klasse:	Datum:

Lineare Gleichungssysteme

Mischungsaufgaben

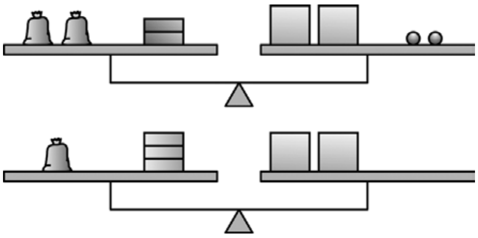
1 Der Tagesbedarf von Vitamin C für einen Menschen beträgt 60 mg.
Wie muss man Kirschsaft mit 35 mg Vitamin C pro 100 mℓ und Birnensaft mit 20 mg Vitamin C pro 100 mℓ mischen, damit ein 0,2-Liter-Glas des Mixgetränks genau den Tagesbedarf an Vitamin C enthält?

2 Ein Kaffeehändler stellt 60 kg Mischkaffee aus arabischem und kolumbianischem Kaffee her. Die Mischung verkauft er für 6,50 € pro kg.
Der arabische Kaffee kostet 7,15 € pro kg, der kolumbianische kostet 5,75 € pro kg.
Wie viel kg von jeder Sorte wurden gemischt?

Name:	Klasse:	Datum:

Lineare Gleichungssysteme

Additionsverfahren



Schokokugeln werden in Säckchen, Schachteln und Kartons verpackt. In einen Karton passen 13 Kugeln. Wie viele in einem Säckchen und einer Schachtel sind, ist nicht bekannt. Allerdings hat man auf einer Waage verschiedene Verpackungen abgestellt, und in den oben abgebildeten Situationen war sie im Gleichgewicht.

a) Erläutere, wie man auf das nebenstehende Gleichungssystem kommt.

$$\left| \begin{array}{r} 2x + 2y = 28 \\ x + 3y = 26 \end{array} \right| \text{ zweite Gleichung mal } (-2)$$

$$\left| \begin{array}{r} 2x + 2y = 28 \\ -2x - 6y = -52 \end{array} \right| \text{ addieren}$$

$$\left| \begin{array}{r} 2x + 2y = 28 \\ -4y = -24 \end{array} \right| \text{ zweite Gleichung} : (-4)$$

$$\left| \begin{array}{r} 2x + 2y = 28 \\ y = 6 \end{array} \right|$$

b) Erläutere den Beginn der Rechnung. Warum heißt es Additionsverfahren?

c) Berechne, wie viele Schokokugeln in Säckchen und Schachtel passen.

d) Ein Kunde kauft alle oben abgebildeten Säckchen und Schachteln. Er addiert die beiden Gleichungen. Nun will er wissen, wie viele Schokokugeln sich in Säckchen und Schachtel befinden. Wie muss er vorgehen?

Name: Klasse: Datum:

Lineare Gleichungssysteme

Geeignete Lösungsverfahren

1 Löse die linearen Gleichungssysteme.
Entscheide selbst, welches Verfahren du anwendest.

a) **I** $4{,}8x - 2y = 6$
II $0{,}6x + 7y = 5{,}1$

b) **I** $2{,}4x = -1{,}92y$
II $0{,}2y - 2x = -9$

c) **I** $12x - 90y = 180$
II $x - 8y + 6 = 0$

d) **I** $1{,}7x + 1{,}9y = 2{,}1$
II $1{,}7x + 1{,}1y = 0{,}5$

2 Bei welchem Rechteck mit einem Umfang von 42 cm ist eine Seite um 4,6 cm kürzer als die andere Seite?

3 Suche zwei Zahlen, deren halbe Summe 45 und deren Differenz 34 beträgt.

4 Eine Theatervorstellung kostet für drei Erwachsene und sieben Kinder 253 €.
Für fünf Erwachsene und sechs Kinder kostet die Vorstellung 308,90 €.
Wie teuer ist der Besuch des Theaters für einen Erwachsenen bzw. für ein Kind?

Name: Klasse: Datum:

Lineare Gleichungssysteme

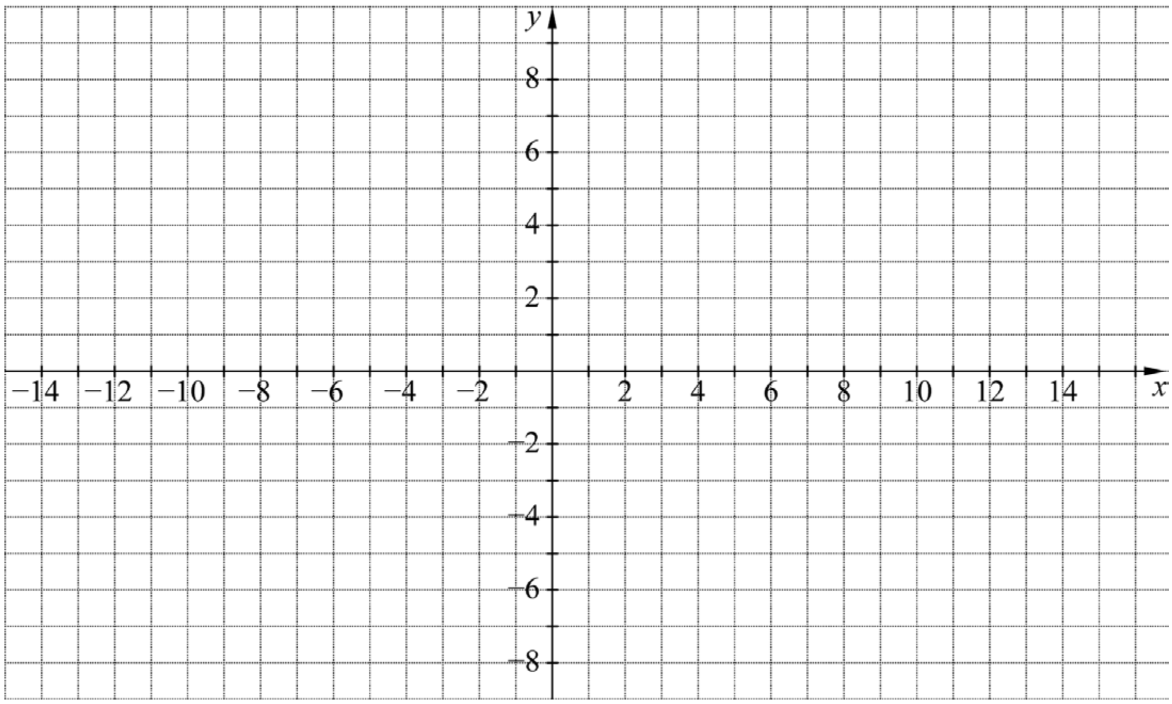
Vermischte Übungen zu linearen Gleichungssystemen

1 Zeichne die Gleichungssysteme in das Koordinatensystem ein und bestimme jeweils die Anzahl der Lösungen. Gib gegebenenfalls den Schnittpunkt an.

a) **I** $4y + 4x = 40$
II $1{,}5y + 12 = 3x$

b) **I** $0{,}4x - 0{,}5y = 2$
II $8x = 40 + 10y$

c) **I** $1{,}5x + 2y = 3$
II $4y + 8 + 3x = 0$



2 Löse die linearen Gleichungssysteme. Entscheide selbst, welches Verfahren du anwendest.

a) I $2{,}4x + 3y = 0$
II $3{,}6x + 5y = 0{,}8$

b) I $2x + 2y = 8$
II $-4x + 6y = 22$

3 Suche zwei Zahlen, deren Summe 424 und deren Differenz 242 beträgt.

Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Partnersuche

Welche Zahlen gehören zusammen?
Finde eine Zuordnungsvorschrift, mit der du möglichst viele der Zahlen links den Zahlen rechts zuordnen kannst. Bleiben Zahlen übrig?
Kannst du Zahlen ergänzen, sodass keine Zahlen mehr übrig bleiben?

3,61	1	2,89	18	0,1	4/5
625	225	100	200	1,9	50
4 000 000	324	0,04	0,2	0,4	12
$\frac{16}{25}$	0,01	$\frac{1}{100}$	21	1,7	0,1
0	0,16	169	10	$\frac{1}{8}$	15
2 500	441	40 000	13	2 000	7
144			25		

Name:	Klasse:	Datum:

Quadratwurzeln

Geschickt rechnen mit Wurzeln

1 a) Wurzeln aus Quadratzahlen sind ganze Zahlen. Bestimme die folgenden Wurzeln:

$\sqrt{64} =$ $\sqrt{169} =$ $\sqrt{289} =$ $\sqrt{484} =$ $\sqrt{576} =$

b) Aus Zehnerpotenzen von Quadratzahlen lässt sich manchmal auch einfach die Wurzel ziehen. Es gilt z. B. $\sqrt{6400} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80$.
Berechne die folgenden Wurzeln auf diese Weise –falls möglich.

$\sqrt{16\,900} =$

$\sqrt{1\,690\,000} =$

$\sqrt{1{,}69} =$

$\sqrt{1690} =$

$\sqrt{28\,900} =$

$\sqrt{2890} =$

c) Formuliere eine allgemeine Regel. Wie kann man durch das Verschieben des Kommas eine Wurzel auf eine bekannte Wurzel zurückführen?

2 Für Produkte aus Wurzeln gilt z. B. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 50} = \sqrt{100} = 10$. Berechne ebenso:

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$

$\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} =$

$\sqrt{160} \cdot \sqrt{0{,}1} =$

3 Formuliere eine allgemeine Regel für Produkte von Wurzeln und Wurzeln aus Produkten.

Cornelsen
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Mit Wurzeln rechnen

1 Rechne vorteilhaft.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} =$ ______ b) $\sqrt{1,7} \cdot \sqrt{6,8} =$ ______ c) $\sqrt{12,8} \cdot \sqrt{0,8} =$ ______

d) $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{0,6} =$ ______ e) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,9} =$ ______ f) $\sqrt{14,4} \cdot \sqrt{0,9} =$ ______

2 Bringe den Faktor unter die Wurzel.
Beispiel: $2\sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{12}$

a) $7\sqrt{10} =$ ______ b) $0,1\sqrt{12} =$ ______ c) $a\sqrt{b} =$ ______

d) $2x\sqrt{0,5y} =$ ______ e) $0,2d\sqrt{8} =$ ______ f) $1,5s\sqrt{3s} =$ ______

3 Rechne vorteilhaft ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{252} : \sqrt{7} =$ ______ b) $\sqrt{3,2} : \sqrt{0,2} =$ ______ c) $\sqrt{7,2} : \sqrt{0,05} =$ ______

d) $\sqrt{48,4} : \sqrt{0,4} =$ ______ e) $\sqrt{72,9} : \sqrt{0,9} =$ ______ f) $\sqrt{0,75} : \sqrt{0,03} =$ ______

4 Fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $\sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{50} =$ ______

b) $\sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{108} =$ ______

c) $\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{150} + \sqrt{294} - \sqrt{384} =$ ______

d) $3\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 4\sqrt{80} - 3\sqrt{500} + 6\sqrt{605} =$ ______

5 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(2\sqrt{8} - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$ ______

b) $(\sqrt{18} - \sqrt{72}) : 3 =$ ______

c) $(2 + 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$ ______

d) $\sqrt{4a - 4b} =$ ______

e) $(\sqrt{16} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$ ______

f) $(\sqrt{14} + \sqrt{26}) : \sqrt{2} =$ ______

g) $(\sqrt{ab} - \sqrt{ac}) : \sqrt{a} =$ ______

Name:	Klasse:	Datum:

Quadratwurzeln

Einschachteln — Ein Spiel für bis zu 3 Spieler und einen Spielleiter (1/2)

Material:
- ein Satz grauer Karten mit Flächeninhalten von Quadraten für den Spielleiter
- ein Satz weißer Karten mit Seitenlängen für jeden Spieler

Spielablauf:
Der Spielleiter deckt eine graue Karte mit einem Flächeninhalt auf.
Die Mitspieler können ein oder zwei Karten mit Seitenlängen ablegen.
Ziel ist es, der Seitenlänge eines Quadrats mit dem gegebenen Flächeninhalt möglichst nah zu kommen.
Die beiden Karten, die am nächsten von oben und von unten dran sind, dürfen liegen bleiben. Haben mehrere Spieler die gleiche Karte gelegt, bleibt die zuerst gelegte liegen.
Wer zuerst alle weißen Karten verbraucht hat, hat gewonnen.

Beispiel:

7 cm	50 cm²	8 cm

16 cm²	20 cm²	28 cm²	40 cm²	48 cm²
50 cm²	60 cm²	74 cm²	85 cm²	92 cm²

Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Einschachteln – Ein Spiel für bis zu 3 Spieler und einen Spielleiter (2/2)

110 cm^2	123 cm^2	144 cm^2	157 cm^2	169 cm^2
177 cm^2	193 cm^2	200 cm^2	210 cm^2	230 cm^2
1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm
6 cm	7 cm	8 cm	9 cm	10 cm
11 cm	12 cm	13 cm	14 cm	15 cm

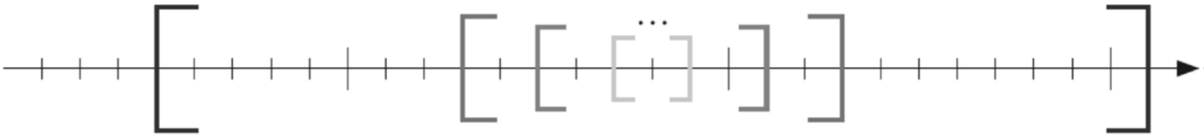
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Intervallschachtelung

Um rationale Näherungswerte für irrationale Zahlen zu erhalten, kann man sich schrittweise von oben und unten an den tatsächlichen Wert einer irrationalen Zahl herantasten.
Man wählt nacheinander Intervalle, in denen der gesucht Wert liegt.
Dabei soll jedes Intervall jeweils ganz in dem vorherigen Intervall liegen.
Die Längen der Intervalle sollen beliebig klein werden.



Jede Intervallschachtelung schachtelt auf der Zahlengeraden genau einen Punkt ein.
Da jedem Punkt der Zahlengeraden genau eine Zahl zugeordnet ist, gibt es zu jeder Intervallschachtelung genau eine Zahl, die in allen Intervallen der Schachtelung liegt.
Oft verbessert man die Schachtelung mit jedem Schritt um eine Zehnerpotenz.

Führe eine Intervallschachtelung für $\sqrt{3}$ durch.		Intervalllänge:
$\sqrt{3}$ liegt im Intervall [1 ; 2], denn $1^2 = 1 < 3 < 4 = 2^2$;		$2 - 1 = 1$

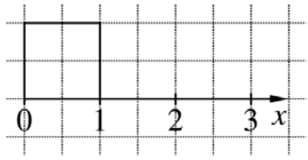
Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Wurzel 2 erkunden: Diagonalenlängen von Quadraten

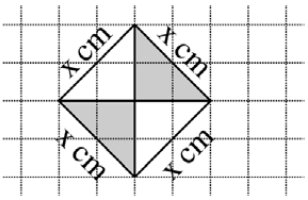
1 In der Abbildung siehst du ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm. Zeichne die Diagonale ein und trage ihre Länge mithilfe eines Zirkels auf dem Zahlenstrahl ab.

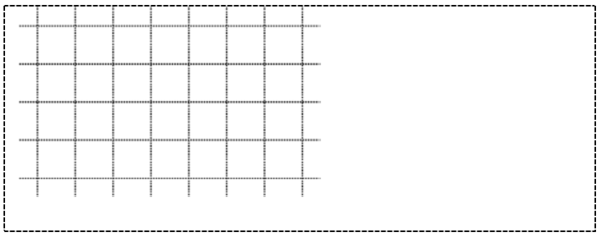
a) Lies die Diagonalenlänge für das Quadrat mit Seitenlänge 1 cm am Zahlenstrahl ab.



b) Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge der Diagonalen aus a).

2 Zeichne in das rechte Feld zwei Quadrate mit der Seitenlänge 1 cm. Schneide sie aus und zerschneide beide entlang der Diagonalen. Setze diese vier Dreiecke zu einem Quadrat zusammen und klebe es auf. Seine Seitenlänge entspricht der Diagonale.





a) Gib den Flächeninhalt des Quadrats mit der Seitenlänge der Diagonalen an.

b) Vergleiche den Wert mit der Berechnung aus Aufgabe 1b).

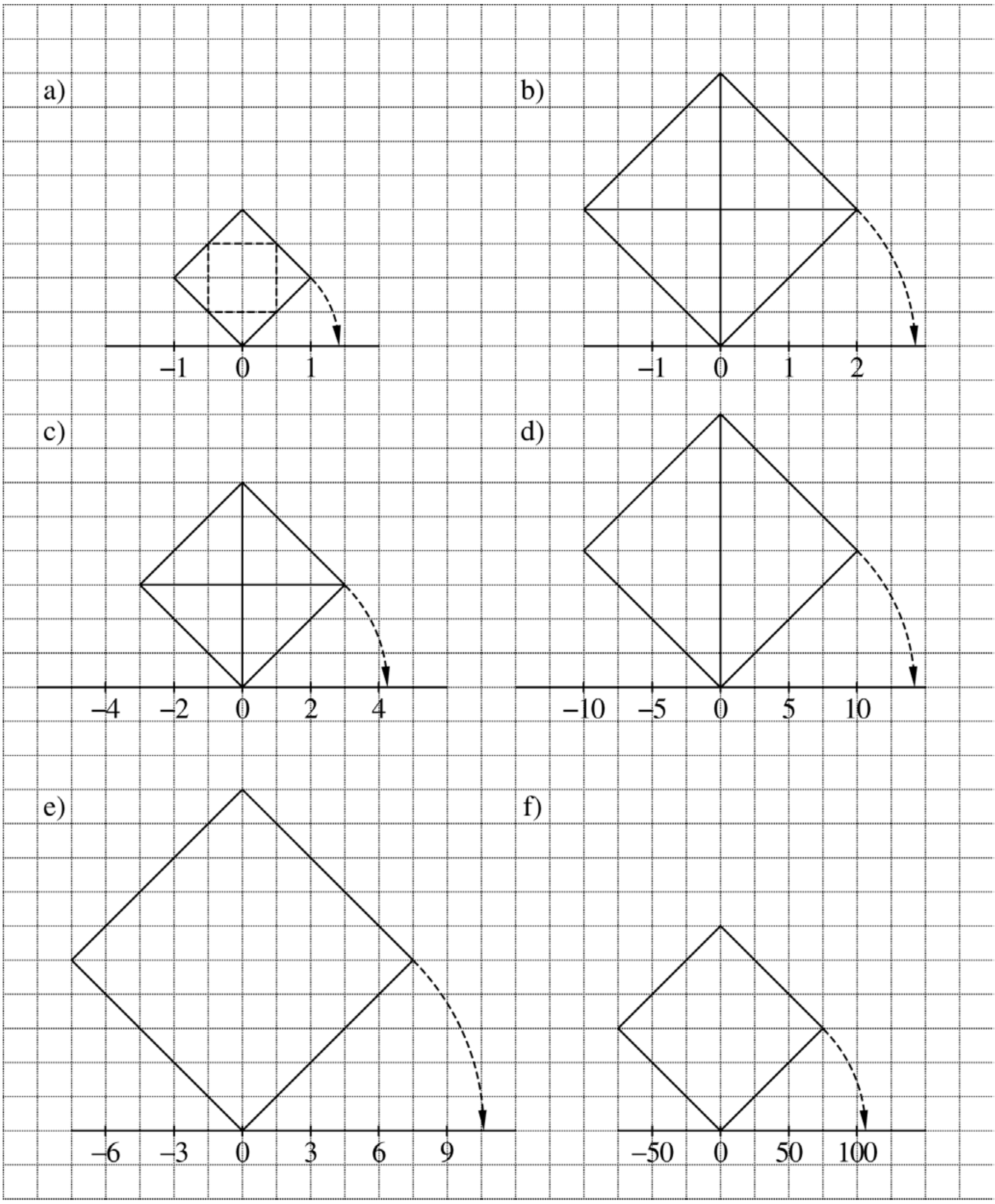
c) Finde einen genaueren Wert für die Seitenlänge des Quadrats.

Name: Klasse: Datum:

Quadratwurzeln

Reelle Zahlen an der Zahlengeraden

Gib jeweils die Zahl, die auf der Zahlengeraden eingetragen ist mithilfe von Wurzeln an.
Lies anschließend die Näherungswerte für die Seitenlängen der Quadrate ab.

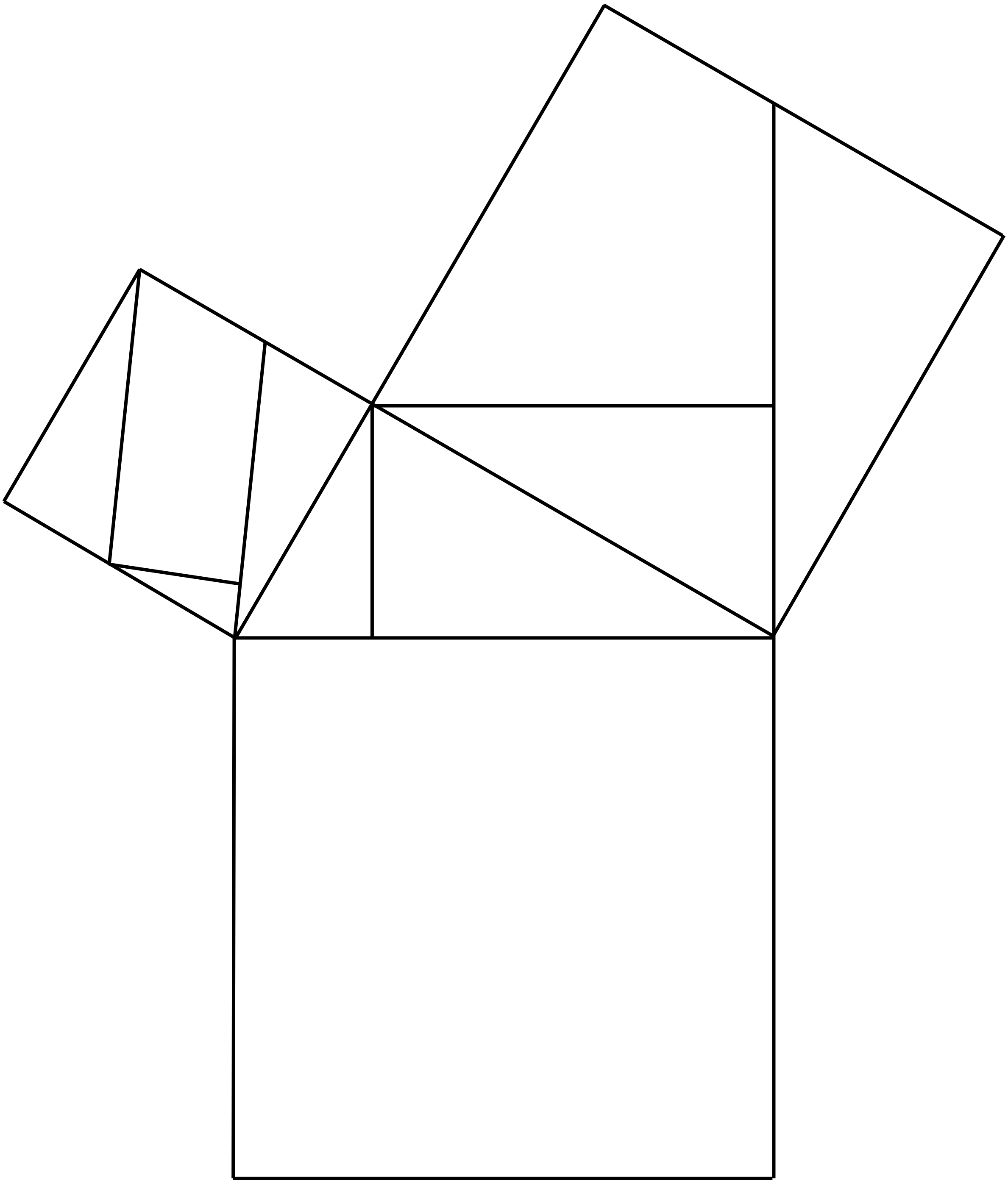


Name:	Klasse:	Datum:

Satz des Pythagoras

Pythagoraspuzzle

Färbe die beiden Kathetenquadrate unterschiedlich ein und schneide die einzelnen Teile aus. Versuche die Teilstücke der Kathetenquadrate so auf das Hypotenusenquadrat zu legen, dass es vollständig bedeckt ist. Finde neben dem Satz des Pythagoras weitere Zusammenhänge zwischen den Flächen der Figur.



Name: Klasse: Datum:

Satz des Pythagoras

Dreiecke und der Satz des Pythagoras

1 Zeichne die Dreiecke ABC und gib die Dreiecksart an.

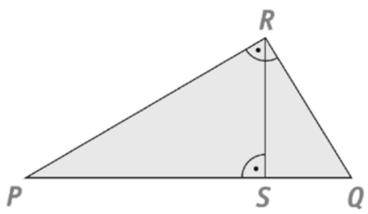
a) $\alpha = 50°$; $\beta = 40°$; $c = 3{,}8$ cm

b) $b = 4$ cm; $\alpha = 64°$; $\gamma = 39°$

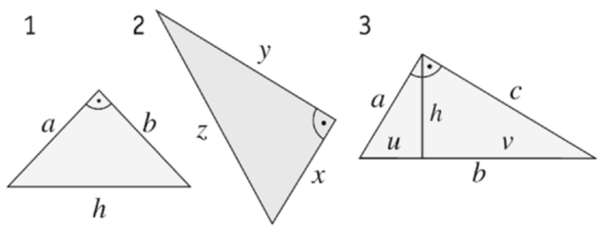
c) $a = 5$ cm; $b = 3$ cm; $c = 4$ cm

d) $\gamma = 90°$; $\alpha = 110°$; $c = 6{,}2$ cm

2 Finde in dem dargestellten Dreieck alle rechtwinkligen Dreiecke und gib jeweils die Hypotenuse und die Katheten an.



3 Gib für die Dreiecke alle Gleichungen an, die nach dem Satz des Pythagoras gelten.



4 Berechne die fehlende Seitenlänge in den Dreiecken ABC.

a) $b = 7{,}4$ cm; $c = 10{,}2$ cm; $\gamma = 90°$

b) $b = 4{,}5$ cm; $c = 6{,}8$ cm; $\gamma = 90°$

c) $a = 2{,}5$ cm; $b = 3{,}4$ cm; $\beta = 90°$

d) $\overline{BC} = 13$ cm; $\overline{AC} = 6$ cm; $\sphericalangle CAB = 90°$

Name:	Klasse:	Datum:

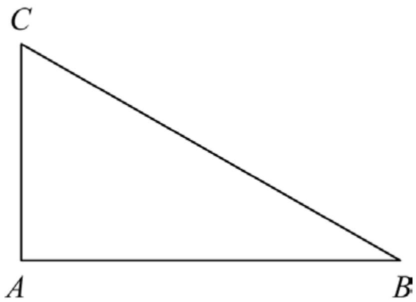
Satz des Pythagoras

Berechnung von Längen in Figuren

1 Markiere die Hypotenuse in dem Dreieck rot und die Katheten blau.

a) Gib eine Gleichung zur Berechnung der Hypotenuse an. ______________________

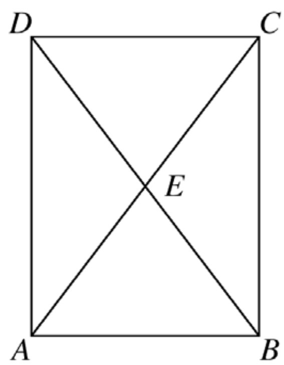
b) Ergänze die fehlenden Seitenlängen in der Tabelle.



a	*b*	*c*
4,5 cm	3,8 cm	
	2,6 cm	3,9 cm
15 cm		1,28 dm
2,39 cm	1,4 cm	
	7,2 cm	53 mm
15,7 mm		1,45 cm

2 Berechne die Länge der gesuchten Strecken.

a)

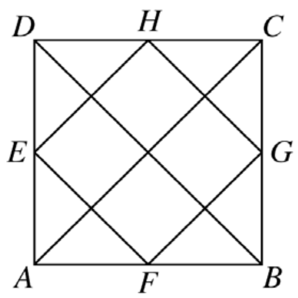


$\overline{DE} = 3{,}1$ cm

$\overline{AB} = 2{,}4$ cm

$\overline{BC} \approx$ ______________

b)

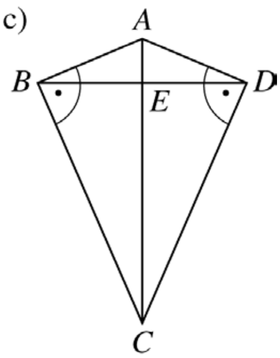


$\overline{FG} = 3{,}54$ cm

$\overline{AC} =$ ______________

$\overline{CD} \approx$ ______________

c)

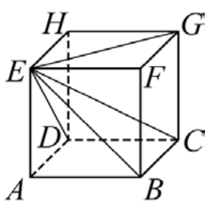


$\overline{BD} = 3{,}8$ cm

$\overline{BC} = 4{,}7$ cm

$\overline{EC} \approx$ ______________

3 Bestimme jeweils den Flächeninhalt der angegebenen Dreiecke (Kantenlänge: $a = 5$ cm).



$\Delta\, ADE$ ______________________________

$\Delta\, ACE$ ______________________________

$\Delta\, CEH$ ______________________________

Name: Klasse: Datum:

Satz des Pythagoras

Berechnungen mit dem Höhensatz

1 Von einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenusenhöhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q sind jeweils zwei der Streckenlängen h, p und q bekannt.
Berechne jeweils die Länge der dritten Strecke sowie den Flächeninhalt des Dreiecks.

a) $h = 5{,}2$ cm, $q = 4{,}5$ cm

b) $p = 2$ cm, $q = 7$ cm

c) $h = 13$ cm, $p = 6{,}6$ cm

2 Berechne mithilfe des Höhensatzes und des Satzes des Pythagoras die fehlenden Größen des Dreiecks ABC ($\alpha = 90°$).

a	b	c	h_a	p	q
		7 cm		8,3 cm	4 cm
	12,9 cm		6,2 cm		3,4 cm
	18,3 cm			14,5 cm	8,5 cm
26,0 cm	12,5 cm			6 cm	

3 Berechne jeweils die Länge der zur Hypotenuse gehörenden Höhe des rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreiecks.

a) Dreieck ABC
a = c
$b = 4{,}2$ cm

b) Dreieck DEF
$e = f$
$d = 3{,}8$ cm

Name:	Klasse:	Datum:

Satz des Pythagoras

Berechnungen mit dem Kathetensatz

1 Berechne die fehlenden Längen des Dreiecks ABC mit $\gamma = 90°$.

	a)	b)	c)	d)
Kathete a	4 cm		3,2 cm	
Kathete b		6,5 cm		7,2 cm
Hypotenuse c	5 cm	9,8 cm		
Hypotenusenabschnitt p			2,5 cm	
Hypotenusenabschnitt q				3,7 cm

	e)	f)	g)	h)
Kathete a			22 dm	2,7 cm
Kathete b	3,4 cm	5,3 cm		4,3 cm
Hypotenuse c	8,2 cm			
Hypotenusenabschnitt p			1,1 m	
Hypotenusenabschnitt q		16 mm		

2 In einem rechtwinkligen Dreieck ist $\alpha = 90°$.
Der Hypotenusenabschnitt p geht von C aus, der Hypotenusenabschnitt q geht von B aus.

a) Entwickle die Formeln zum Kathetensatz. Fertige dazu eine Skizze an.

b) Berechne a und c aus $p = 12$ mm und $b = 2,6$ cm. Runde sinnvoll.

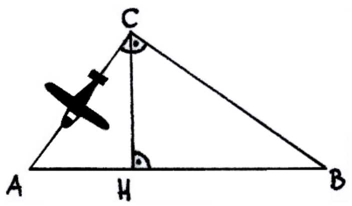
Name: Klasse: Datum:

Seitenlängen am rechtwinkligen Dreieck berechnen

Höhen- und Kathetensatz

1 Konstruiere aus einem Rechteck mit $a = 4{,}5$ cm und $b = 2{,}5$ cm mithilfe des Höhensatzes ein flächengleiches Quadrat.
Beschreibe dein Vorgehen.

2 Für einen Motorsegler-Wettbewerb ist ein Dreiecksflug geplant – beginnend bei A über B und C zurück nach A.
Wegen einer herannahenden Schlechtwetterfront verkürzt die Wettkampfleitung den Kurs und lässt lediglich die Strecken $\overline{AH}$, $\overline{HC}$ und $\overline{CA}$ fliegen.



$\overline{AB} = 50$ km; $\overline{BC} = 40$ km

a) Berechne die Gesamtlänge der verkürzten Flugstrecke.

b) Wie viel Prozent der ursprünglichen Strecke sind das?

3 Berechne die fehlenden Längen in einem Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$.

	a	b	c	p	q	h_c
a)		7 cm			4 cm	
b)					3,4 cm	6,2 cm
c)				14,5 cm	8,5 cm	
d)	12,5 cm			6 cm		

Name: Klasse: Datum:

Satz des Pythagoras

Sachaufgaben zum Satz des Pythagoras

1 Die Drehleiter eines Feuerwehrautos steht 12 m von einem Haus entfernt.
Sie wird auf eine Länge von 28 m ausgefahren.

a) In welcher Höhe liegt die Feuerwehrleiter an der Hauswand an?

Antwort: ______________________________

b) Welche Angabe fehlt zur genauen Berechnung der Höhe?

Antwort: ______________________________

2 Eine Seilbahn führt von der 950 Meter hoch gelegenen Talstation auf das Skigebiet in 2880 Meter Höhe.
Auf der Landkarte (Maßstab 1:100000) kann der Abstand zwischen Tal- und Bergstation mit 3,2 cm abgemessen werden.
Wie lang ist die Seilbahn?

Antwort: ______________________________

3 Ein Heißluftballon ist an einem Seil befestigt.
Durch starken Wind wird er 32 m weit abgetrieben und verliert dadurch 5 m an Höhe.
Wie lang ist das Seil, wenn der Heißluftballon zuvor lotrecht über dem Erdboden stand?

Antwort: ______________________________

Name: Klasse: Datum:

Räumliche Figuren

Stützdreieck einer Pyramide (Bastelbogen)

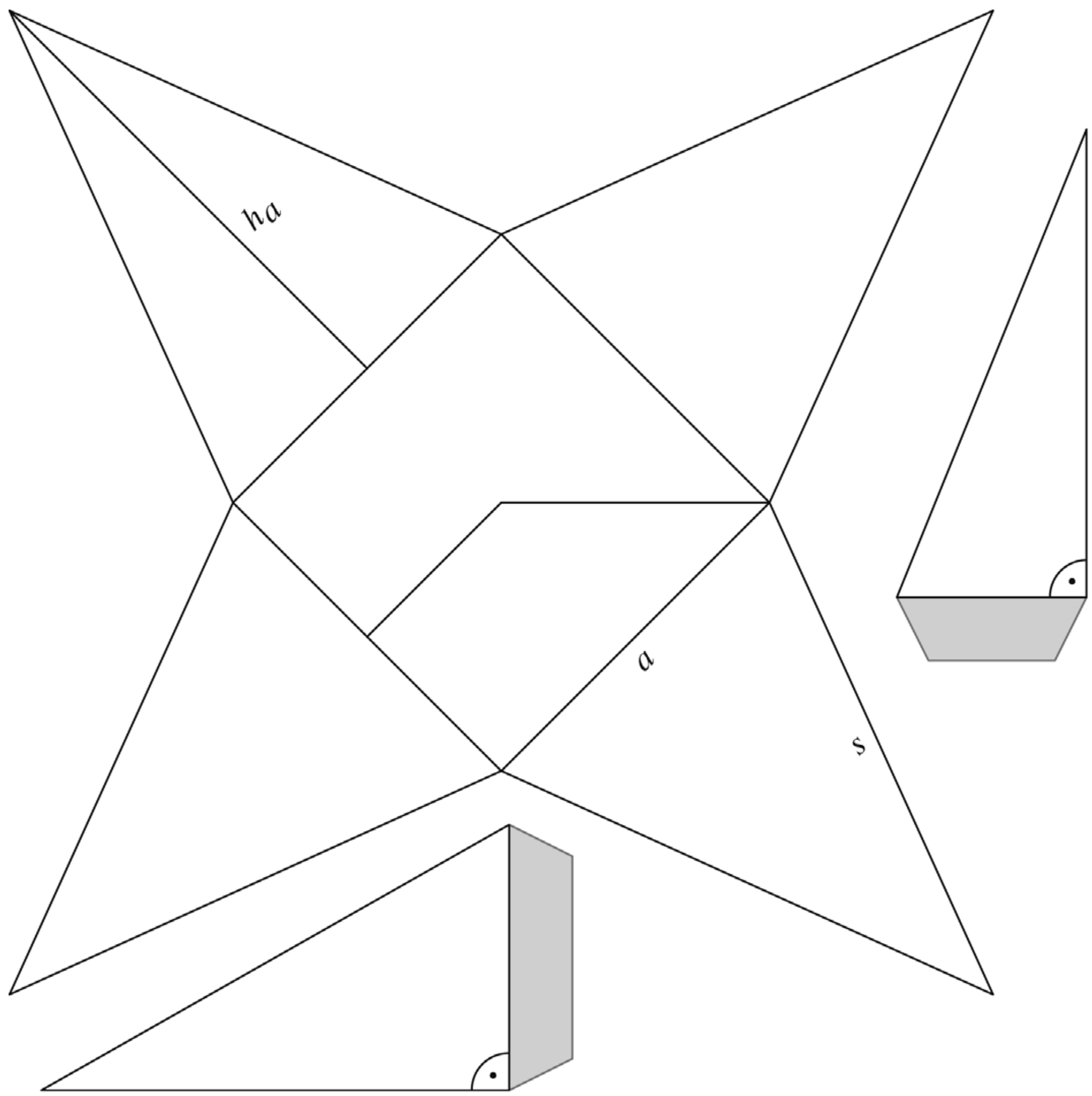
Zur Berechnung von Pyramiden können rechtwinklige Dreiecke benutzt werden.
Erstelle dazu ein Modell einer Pyramide mit ihren rechtwinkligen Stützdreiecken.

a) Schneide die Dreiecke aus. Klebe die Dreiecke als Stützdreiecke auf die markierten Strecken der Pyramide.

b) Markiere die Seiten der Stützdreiecke in der folgenden Farbe:

- grün: Seitenkante s der Pyramide
- lila: Seitenhöhe h_a der Pyramide
- orange: Körperhöhe h der Pyramide

c) Klebe das Netz mit den klappbaren Stützdreiecken in dein Heft. Fixiere nur die Grundfläche. Falze die Kanten, sodass sich das Netz zu einer Pyramide aufrichten lässt.



Cornelsen
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name:	Klasse:	Datum:

Quadratische Funktionen

Spielkarten

Für mehrere Funktionen wurde jeweils eine Funktionsgleichung, ein Punkt des Graphen und eine Beschreibung notiert. Welche Karten gehören zusammen?

Ordnet man die Punkte den Beschreibungen in der hier aufgeführten Reihenfolge richtig zu, ergibt sich ein Lösungswort.

Jeder Zahl wird das Produkt aus ihrem Vorgänger und ihrem Nachfolger zugeordnet.	R (3 | 7)	$f(x) = x^2 - 2$
Jeder Zahl wird das Dreifache ihres Quadrats zugeordnet.	A_1 (1 | 1)	$f(x) = 2\,(x^2 - 1)$
Jeder Seitenlänge eines Quadrats wird der Flächeninhalt des Quadrats zugeordnet.	N (3 | 16)	$f(x) = 2\,x^2$
Jeder Seitenlänge eines Quadrats wird der um 2 verminderte Flächeninhalt des Quadrats zugeordnet.	Q (4 | 15)	$f(x) = x^2$
Jeder Zahl wird das Produkt aus ihrem Doppelten und der Zahl selbst zugeordnet.	D (4 | 8)	$f(x) = x^2 - 1$
Jeder Zahl wird ihr um 1 erhöhtes Quadrat zugeordnet.	Z (3 | 18)	$f(x) = 3\,x^2$
Das Dreifache der Zahl wird um 2 erhöht.	U (3 | 27)	$f(x) = x^2 + 1$
Jeder Zahl wird das Doppelte ihres um 1 verminderten Quadrats zugeordnet.	A_2 (5 | 17)	$f(x) = \frac{1}{2}\,x^2$
Jeder Seitenlänge eines Quadrats wird die Hälfte seines Flächeninhalts zugeordnet.	S (4 | 17)	$f(x) = 3\,x + 2$

Cornelsen
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Funktionen

Punkte und verschobene Normalparabeln

1 Ordne die Punkte den Funktionsgleichungen zu, auf deren Graphen sie liegen.
Hinweis: Einige Punkte lassen sich mehreren Gleichungen zuordnen.

a) $y = x^2 - 6$ ____________
b) $y = x^2 + 13$ ____________
c) $y = (x - 7{,}5)^2$ ____________
d) $y = (x + 3)^2$ ____________
e) $y = (x - 4{,}5)^2$ ____________

A $(-4\,|\,29)$ B $(1{,}5\,|\,36)$ C $(2{,}5\,|\,0{,}25)$ D $(-7\,|\,16)$ E $(9{,}5\,|\,25)$ F $(-2\,|\,-2)$ G $(6\,|\,2{,}25)$

2 Gib eine Funktionsgleichung der Form $y = x^2 + v$ an, die zu einer Parabel durch den angegebenen Punkt gehört.

a) $A(-3\,|\,1{,}5)$ ____________

b) $B(0{,}8\,|\,3{,}44)$ ____________

c) $C(-1{,}5\,|\,-2\frac{1}{4})$ ____________

d) $D(-0{,}1\,|\,-\frac{19}{100})$ ____________

3 Gib mindestens zwei Funktionsgleichungen der Form $y = (x - u)^2$ an, die zu zwei verschiedenen Parabeln durch den angegebenen Punkt gehören.

a) $Q(-5\,|\,2{,}25)$ ____________

b) $R(13{,}5\,|\,6{,}25)$ ____________

c) $S(-1{,}4\,|\,0{,}36)$ ____________

d) $T(6{,}9\,|\,1{,}96)$ ____________

4 Bestimme die Funktionsgleichung einer Parabel der Form $y = (x - u)^2$, die durch die Punkte $P(-16\,|\,324)$ und $W(-8\,|\,676)$ verläuft.

____

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Funktionen

Verschobene Normalparabeln

1 Bestimme aus der Funktionsgleichung jeweils den Scheitelpunkt der Funktion.

a) $y = (x - 1{,}5)^2 - 2$

Scheitelpunkt: ______________

b) $y = 3 + (x + 2{,}1)^2$

Scheitelpunkt: ______________

c) $-y = 7{,}5 - (x + 9)^2$

Scheitelpunkt: ______________

d) $0{,}5y = (x - 8)^2 : 2 + 15$

Scheitelpunkt: ______________

e) $-2y = (17 - 2x)^2 + 11$

Scheitelpunkt: ______________

f) $y - 6 = (14 + x)^2$

Scheitelpunkt: ______________

2 Bestimme zuerst den Scheitelpunkt der Parabel und zeichne sie anschließend.

a) $y = (x + 5)^2 - 2$

Scheitelpunkt: ______________

b) $y = (x - 11)\cdot(x - 11) + 1$

Scheitelpunkt: ______________

c) $y = 3 + (x + 9)^2$

Scheitelpunkt: ______________

d) $y = (-(6 - x))^2 + 4$

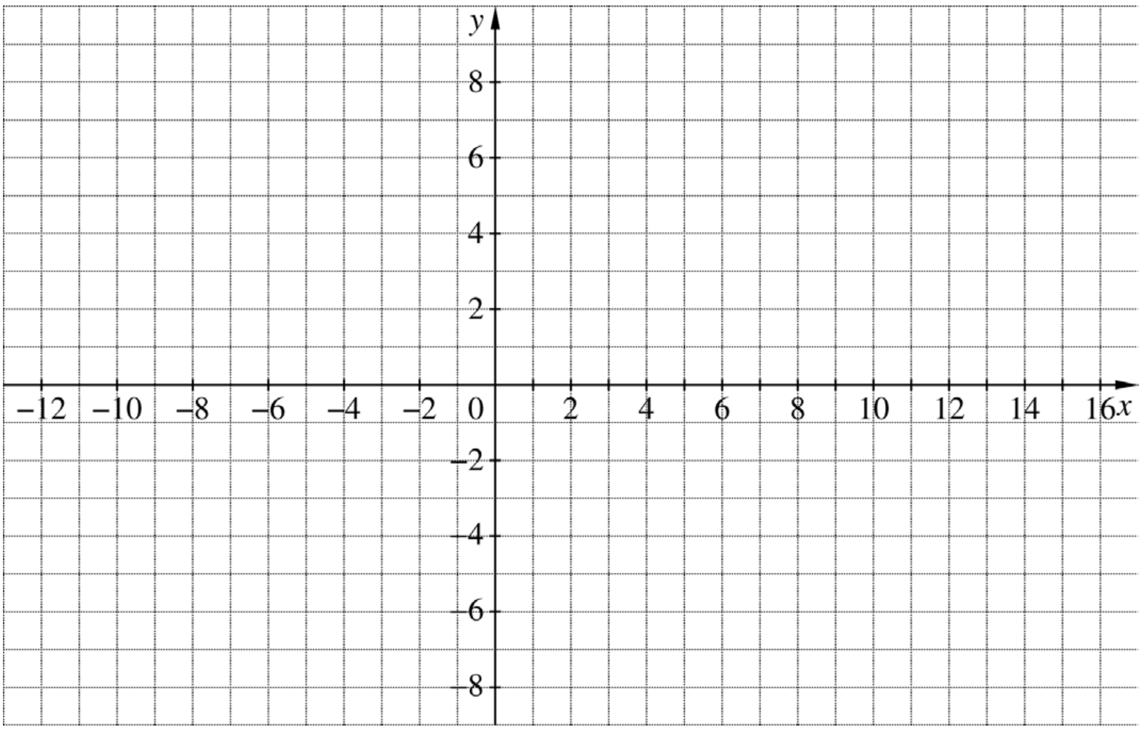
Scheitelpunkt: ______________

e) $4y = (2x - 2)^2 - 28$

Scheitelpunkt: ______________

f) $9y = (-24 + 3x)^2 - 9$

Scheitelpunkt: ______________



Name: Klasse: Datum:

Quadratische Funktionen

Verschobene Normalparabeln

1 Bestimme aus der Funktionsgleichung jeweils den Scheitelpunkt der Funktion.

a) $y = (x - 1{,}5)^2 - 2$

Scheitelpunkt: ______________

b) $y = 3 + (x + 2{,}1)^2$

Scheitelpunkt: ______________

c) $-y = 7{,}5 - (x + 9)^2$

Scheitelpunkt: ______________

d) $0{,}5y = (x - 8)^2 : 2 + 15$

Scheitelpunkt: ______________

e) $-2y = (17 - 2x)^2 + 11$

Scheitelpunkt: ______________

f) $y - 6 = (14 + x)^2$

Scheitelpunkt: ______________

2 Bestimme zuerst den Scheitelpunkt der Parabel und zeichne sie anschließend.

a) $y = (x + 5)^2 - 2$

Scheitelpunkt: ______________

b) $y = (x - 11)\cdot(x - 11) + 1$

Scheitelpunkt: ______________

c) $y = 3 + (x + 9)^2$

Scheitelpunkt: ______________

d) $y = (-(6 - x))^2 + 4$

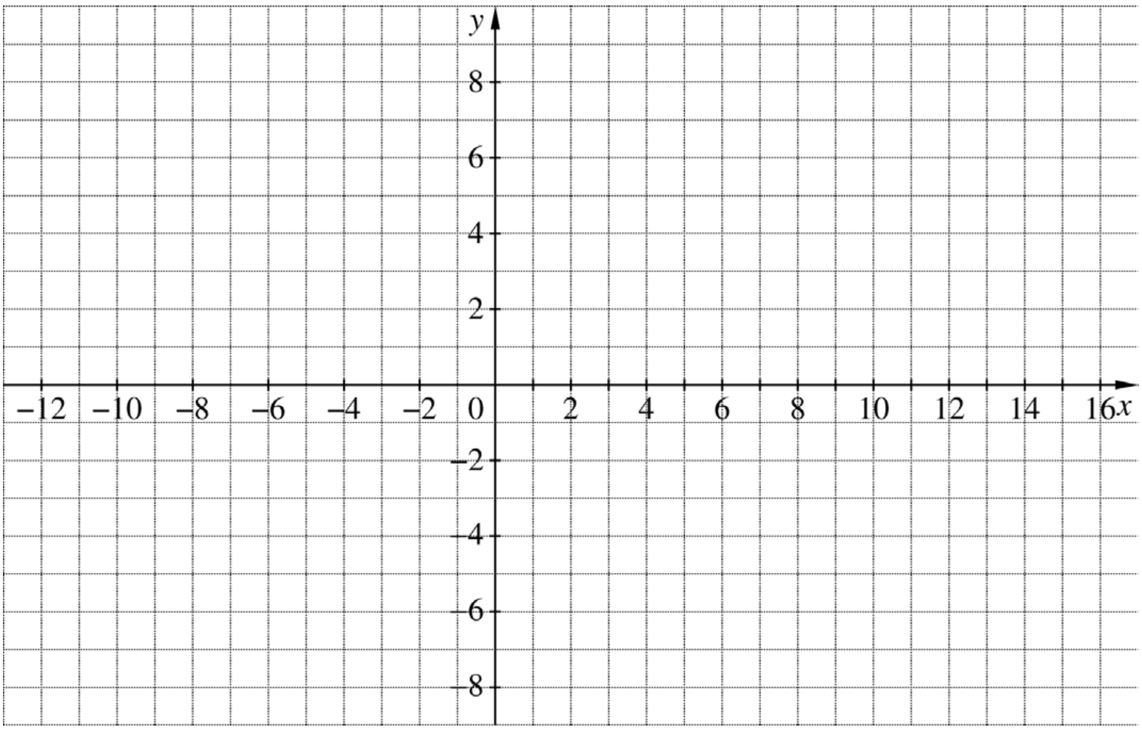
Scheitelpunkt: ______________

e) $4y = (2x - 2)^2 - 28$

Scheitelpunkt: ______________

f) $9y = (-24 + 3x)^2 - 9$

Scheitelpunkt: ______________



Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Nullstellen von quadratischen Funktionen

Bestimmung der Anzahl der Nullstellen

In einem Internetforum gab es folgende Unterhaltung:

Mr. Ratlos: Tach @ all, ich hab letzte Woche in Mathe Aufgaben bekommen und versuche die jetzt zu lösen, nur leider versteh ich die nicht, weil ich krank war. In der Aufgabe steht:
Bestimme die Anzahl der Nullstellen.
a) $f(x) = x^2 - 0{,}5$ b) $f(x) = -3(x-2)^2 + 2$ c) $f(x) = x^2 + 6x - 4$
Weiß nicht, was ich hier anwenden soll und wie. Würde mich freuen, wenn ihr mir dabei helft.

Superchecker: Das sind ja quadratische Funktionen, die immer null, eine oder zwei Nullstellen haben. Je nachdem in welcher Form man die gegeben hat, kann man die Anzahl sofort sehen. So ist es hier auch.
$f(x) = a(x + d)^2 + e$ ist die Scheitelpunktform, der Scheitelpunkt ist dann $(-d \mid e)$.
Weiter kannst du erkennen, ob die Parabel nach oben oder unten geöffnet ist. Scheitelpunkt und nach oben oder unten geöffnet ergeben zusammen zwingend die Anzahl der Nullstellen.

Titania: Frag dich immer folgendes: Was sind die Koordinaten des Scheitelpunktes? Ist die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet? (Wenn vor x^2 bzw. vor der Klammer $(x + d)^2$ ein Minus steht ist die Parabel nach unten geöffnet, sonst nach oben.) Ist ja klar: wenn der Scheitelpunkt unter der x-Achse liegt und die Parabel nach oben geöffnet ist, schneidet sie also die x-Achse (2 Nullstellen), genauso wenn der Scheitelpunkt über der x-Achse liegt und sie nach unten geöffnet ist. Oder schneidet die Parabel die x-Achse nicht? (0 Nullstellen) Oder liegt der Scheitelpunkt auf der x-Achse? (1 Nullstelle)

Mr. Ratlos: Wie finde ich bei $f(x) = x^2 - 0{,}5$ den Scheitelpunkt? Muss ich das etwa zeichnen?

Matheass: Umformen in Scheitelpunktform: $f(x) = x^2 - 0{,}5 = 1(x - 0)^2 - 0{,}5$
Der Scheitelpunkt hat also die Koordinaten $(0 \mid -0{,}5)$. Die Parabel ist nach oben geöffnet, und $y = -0{,}5$ liegt unter der x-Achse, also zwei Nullstellen.
Probier es noch mal mit deinen anderen Aufgaben, vielleicht klappt es ja da auf Anhieb ;-)

Mr. Ratlos: Thanx.

1 Lies die Unterhaltung und versuche, die Erklärungen nachzuvollziehen. Sind alle Erklärungen verständlich und richtig?

2 Löse nun auch die anderen beiden Aufgaben, die Mr. Ratlos in das Forum gestellt hat.

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Funktionen

Scheitelpunkt

1 Zeichne den Graphen der Funktion und gib den Scheitelpunkt an.

a) $y = (x + 3{,}5)^2$

Scheitelpunkt: ____________________

b) $y = (1{,}5 - x) \cdot (x - 1{,}5)$

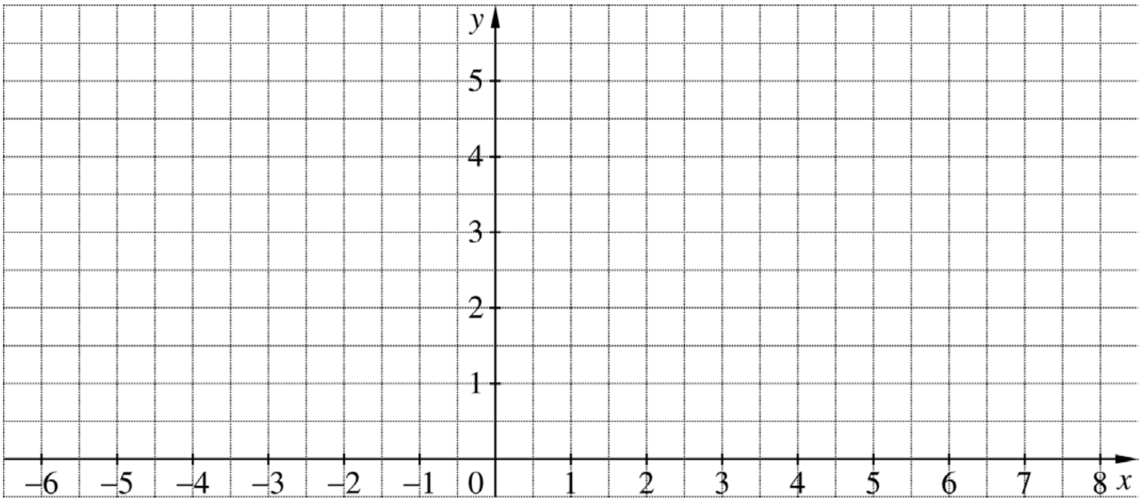
Scheitelpunkt: ____________________

c) $(x - 5)^2 = y$

Scheitelpunkt: ____________________

d) $4y = (2 + 2x)^2$

Scheitelpunkt: ____________________



2 Bestimme den Scheitelpunkt der Funktion und zeichne anschließend ihren Graphen.

a) $y = (x - 11)^2$

Scheitelpunkt: ____________________

b) $y = (9 + x)^2$

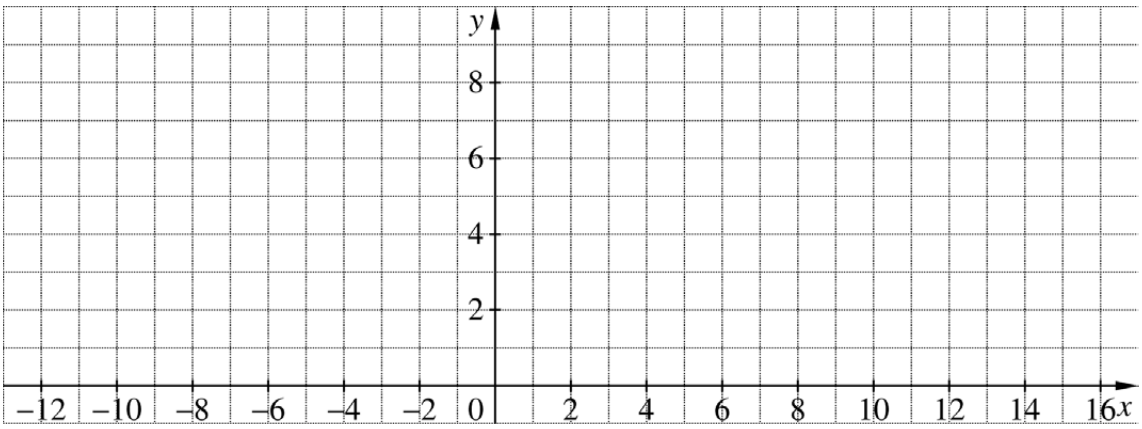
Scheitelpunkt: ____________________

c) $25y = (5x + 15)^2$

Scheitelpunkt: ____________________

d) $16y = (-40 + 4x)^2$

Scheitelpunkt: ____________________



Name: Klasse: Datum:

Quadratische Funktionen

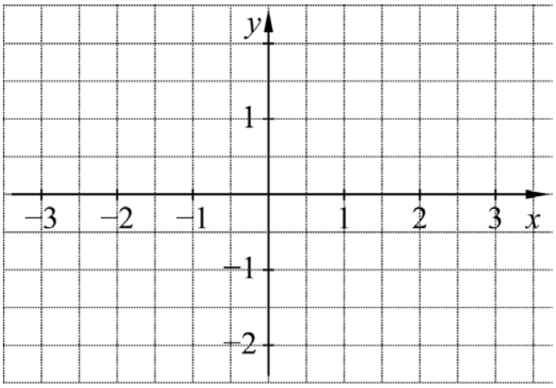
Stille Mathe-Post

Feld A

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5

Übertrage die Werte aus der Wertetabelle in das Koordinatensystem in Feld B. Knicke dann das Blatt längs, sodass dein Partner Feld A nicht mehr sehen kann.

Feld B



Schreibe den Funktionsterm für die abgebildete Funktion in das Feld C. Falte das Blatt auf, knicke die Felder A und B nach hinten um und gib das Blatt weiter.

Feld D

Verlauf der Funktion f:

Ergänze die Wertetabelle in Feld E, indem du dir die Beschreibung des Verlaufs der Funktion genau durchliest.

Feld C

Funktionsgleichung:

f(x) =

Beschreibe im Feld D den Verlauf der Funktion möglichst genau. Knicke dann das Blatt so um, dass dein Partner Feld C nicht mehr sehen kann.

Feld E

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)							

Faltet nun das Arbeitsblatt wieder auseinander.

Bearbeitet die Aufgaben in Feld F.

Feld F

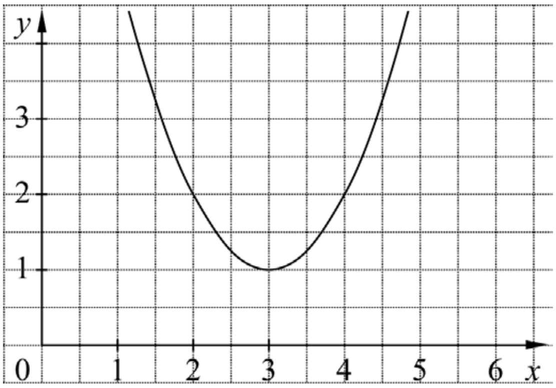
1. Vergleicht in der Gruppe die Wertetabelle in Feld A mit der Wertetabelle in Feld E.
2. Welche Eigenschaften der Funktion wurden richtig übertragen?
3. Welche Eigenschaften der Funktion wurden falsch übertragen?
4. Findet heraus, wodurch Abweichungen entstanden sind.

Name:	Klasse:	Datum:

Quadratische Funktionen

Stille Mathe-Post 2

Feld A



Im Bild siehst du eine Parabel. Gib die Funktionsgleichung der Funktion in Feld B an. Knicke dann das Blatt längs, sodass dein Partner Bild A nicht sehen kann.

Feld B

Funktionsgleichung:

f(x) = ______________________

Ergänze mit Hilfe der Funktionsgleichung die Wertetabelle in Feld C. Falte das Blatt auf, knicke die Felder A und B nach hinten um und gib das Blatt weiter.

Feld D

Funktionsgleichung:

f(x) =

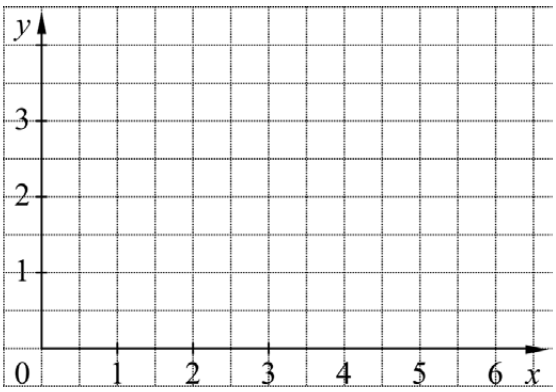
Zeichne den Graphen der oben angegebenen Funktion in das Koordinatensystem in Feld E ein.

Feld C

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)							

Gib die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion an, die zu dieser Wertetabelle passt. Knicke dann das Blatt so, dass dein Partner Feld C nicht sehen kann.

Feld E



Faltet nun das Arbeitsblatt wieder auseinander. Bearbeitet die Aufgaben in Feld F.

Feld F

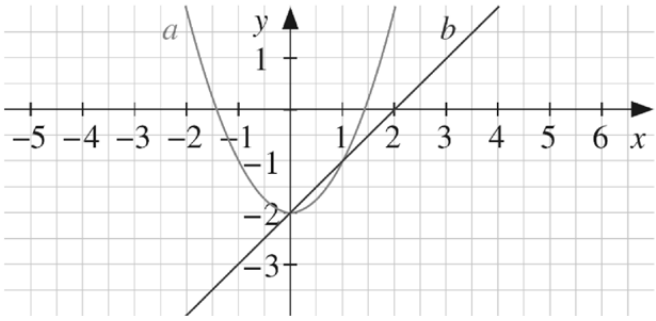
1. Vergleicht in der Gruppe den Graphen der Ausgangsfunktion in Feld A mit dem gezeichneten Graphen in Feld E.
2. Welche Eigenschaften der Funktion wurden richtig übertragen?
3. Welche Eigenschaften der Funktion wurden falsch übertragen?
4. Findet heraus, wodurch Abweichungen entstanden sind.

Name: Klasse: Datum:

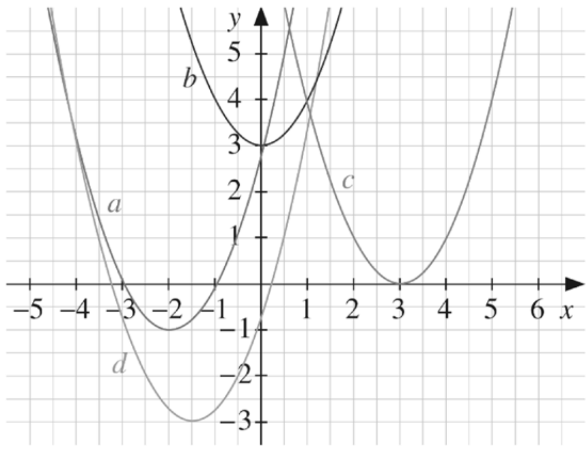
Quadratische Funktionen

Eigenschaften quadratischer Funktionen

1 Benenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Graphen und gib die zugehörigen Funktionsgleichungen an.



2 Gib die Scheitelpunkte der verschobenen Normalparabeln an und bestimme die Funktionsgleichungen.



3 Zeichne die Funktionsgraphen auf einem leeren Blatt in ein Koordinatensystem.
Gib jeweils den Scheitelpunkt an.

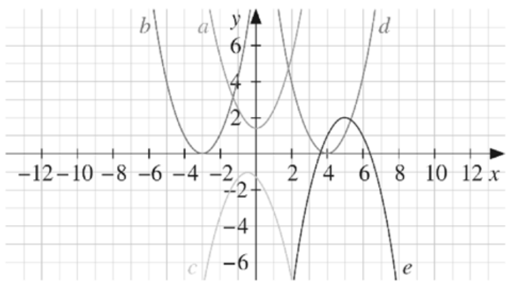
a) $y = x^2 + 1{,}5$

b) $y = (x + 3)^2$

c) $y = -(x + 0{,}5)^2 - 1$

d) $y = x^2 - 8\,x + 16$

e) $y = -x^2 + 10\,x - 23$



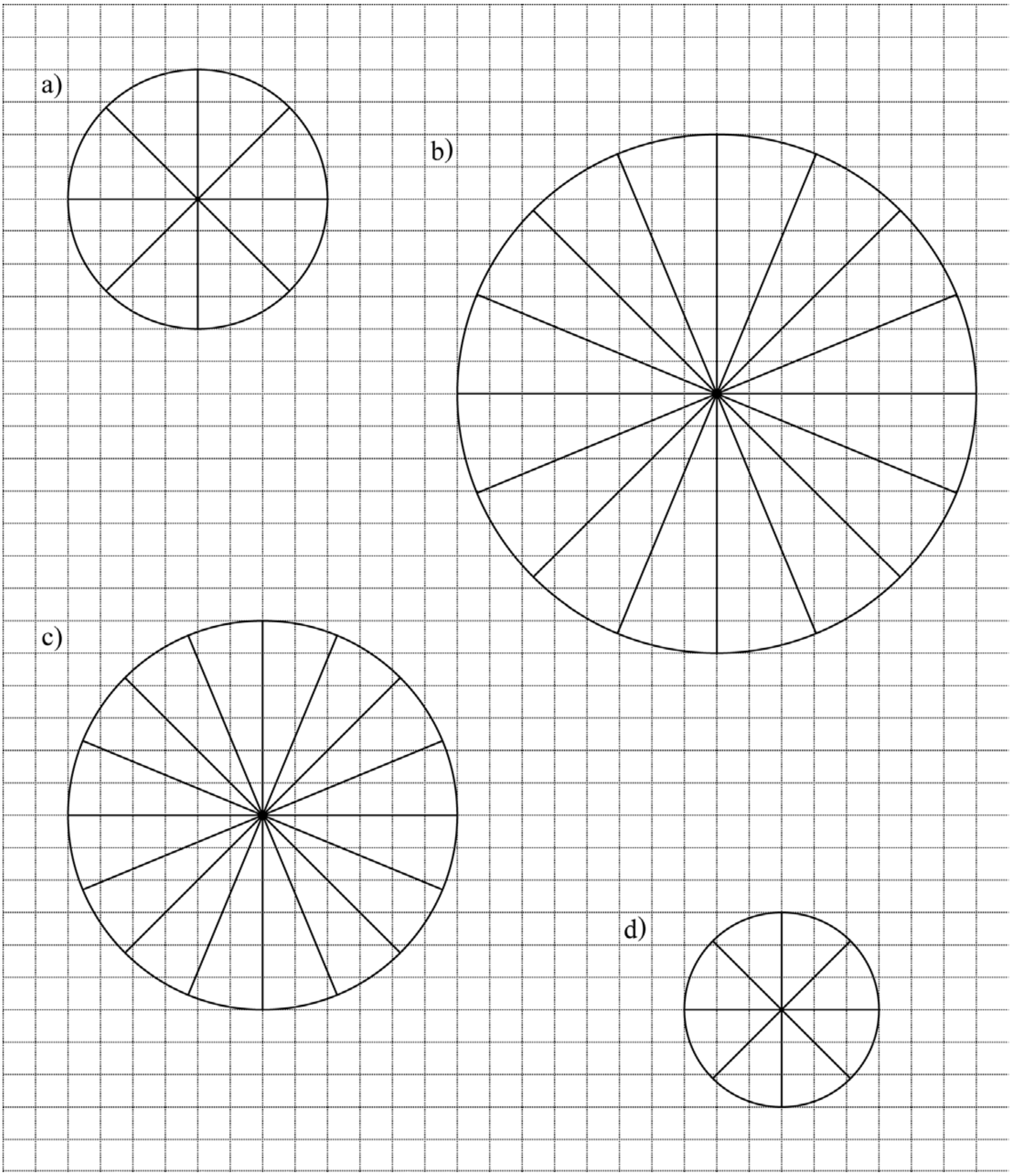
Cornelsen
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name:	Klasse:	Datum:

Kreis und Zylinder

Kreise zerschneiden

Zerschneide die Kreisscheiben wie vorgegeben.
Versuche die Dreiecke so zusammenzulegen, dass sie annähernd ein Rechteck ergeben.
Welchen Flächeninhalt hat das Rechteck jeweils?
Vergleiche die Flächeninhalte miteinander. Was fällt dir auf?



Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Kreis und Zylinder

Anwendungen zum Kreis

1 Ein Baum wird gefällt. Der Stamm hat an der Schnittstelle einen Umfang von 283 cm. Wie viel m^2 beträgt die Schnittfläche des Stamms?

2 Ein Satellit umkreist die Erde in 150 km Höhe in 90 min. Zur Vereinfachung wird eine kreisförmige Flugbahn und die Kugelform der Erde mit einem ca. Durchmesser von 12 800 km angenommen. Fertige eine Planskizze an und berechne, welche Flugstrecke der Satellit in 10 min zurücklegt.

3 Um einen kreisrunden Teich mit einem Durchmesser von 73 m soll mit 70 cm Abstand ein 4,5 m breiter Weg gepflastert werden. Man rechnet mit 44 Steinen pro m^2. Skizziere diesen Sachverhalt und bestimme die Mindestanzahl von Pflastersteinen.

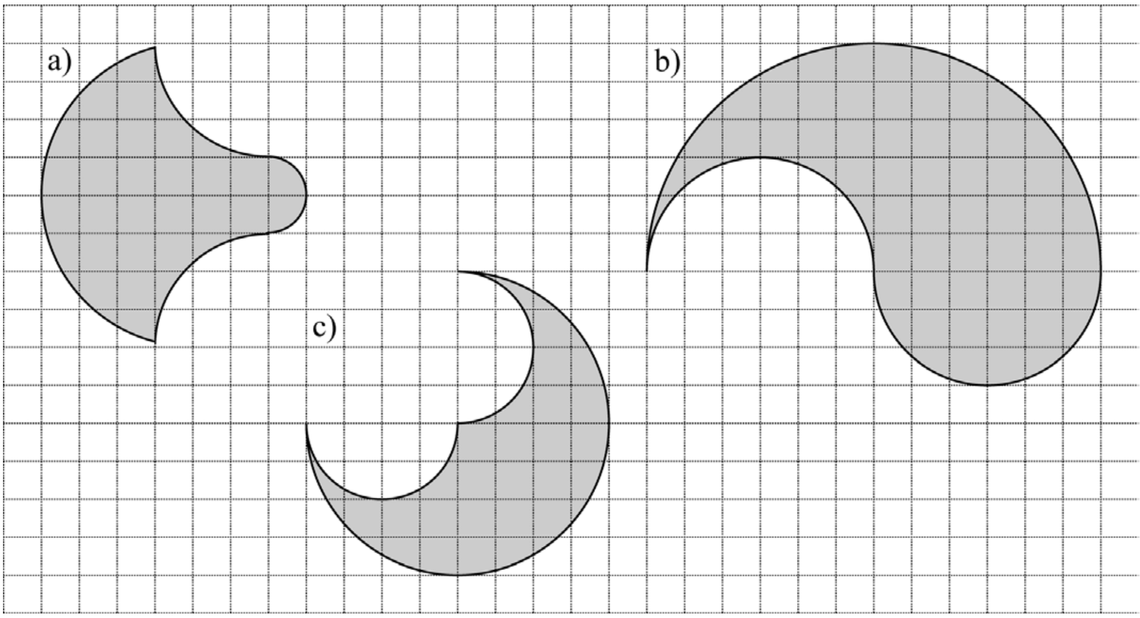
4 Mit einer Rasenberegungsanlage kann eine kreisförmige Rasenfläche von maximal 67 m^2 gewässert werden. Welcher größte Beregnungsradius kann eingestellt werden?

Name: Klasse: Datum:

Kreis und Zylinder

Kreisfiguren

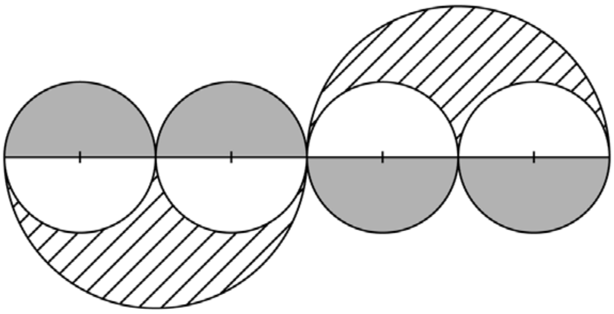
1 Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der folgenden Kreisfiguren.



a) u = ______ b) u = ______ c) u = ______

A = ______ A = ______ A = ______

2 Welche Fläche ist größer? Die schraffierte oder die grau eingefärbte?
Welche Fläche besitzt den größeren Umfang?
Stelle zuerst eine Vermutung auf und begründe diese.
Berechne den Flächeninhalt und Umfang der beiden Figuren.



Umfang u = ______

Flächeninhalt A = ______

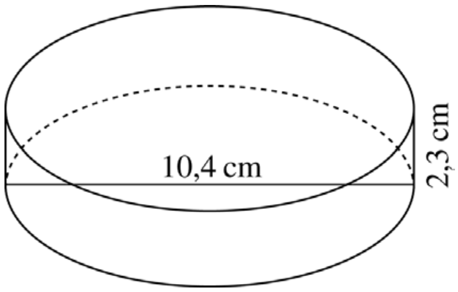
Name: Klasse: Datum:

Kreis und Zylinder

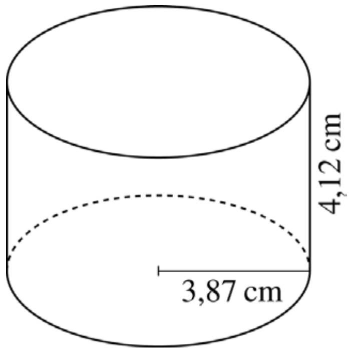
Oberflächeninhalte von Zylindern berechnen

1 Berechne den Oberflächeninhalt des Zylinders.

a)



b)



2 Berechne die fehlenden Größen des Zylinders. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

	r	d	u	h	G	M	O
a)			41,5 dm	3,2 dm			
b)				4,9 m	11,3 m²		
c)				2,4 cm		46,7 cm²	
d)	1,7 cm						90,8 cm²

3 Es sollen zylinderförmige Konservendosen hergestellt werden, deren Durchmesser 9,7 cm und deren Höhe jeweils 82 % der Länge des Durchmessers betragen soll. Wie viele Dosen können rein rechnerisch aus 90 000 cm² Weißblech hergestellt werden?

Es können rein rechnerisch ________ Dosen hergestellt werden.

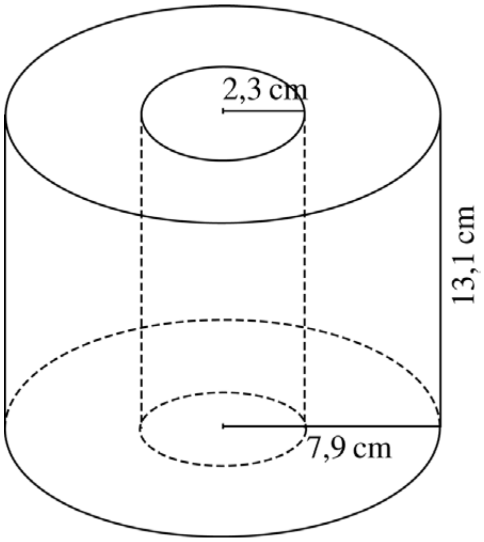
Name: Klasse: Datum:

Kreis und Zylinder

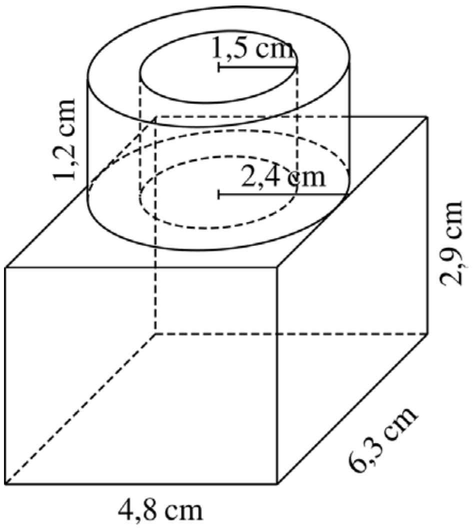
Oberflächeninhalte von zusammengesetzten Körpern berechnen

1 Berechne den Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers aus der Schrägbildskizze mit den angegebenen Maßen.

a)



b)



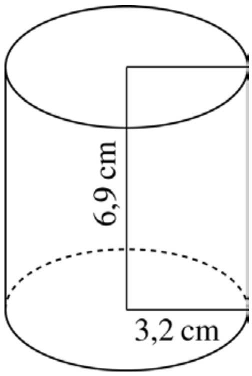
Name: Klasse: Datum:

Kreis und Zylinder

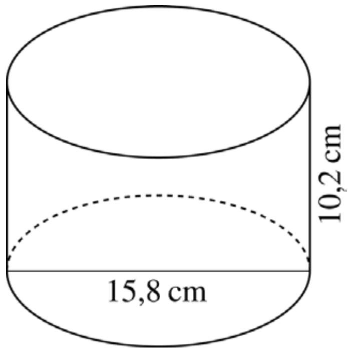
Rauminhalte von Zylindern berechnen

1 Gegeben ist eine Schrägbildskizze eines Zylinders mit Maßangaben. Berechne den Rauminhalt.

a)



b)



2 Vervollständige die Tabelle für einen Zylinder.

	r	h	V
a)	4 cm	8 cm	
c)	9 dm	10,5 dm	
e)	2,5 cm	7 cm	
g)	1,4 m		11,08 m³

	r	h	V
b)	3 cm	7 cm	
d)	3 cm		226,20 cm³
f)	4,2 cm	3 cm	
h)	6,1 cm		339,01 cm³

3 Ein 1,8 m hohes zylinderförmiges Planschbecken soll bis zu einer Höhe von 130 cm mit Wasser gefüllt werden. Das Planschbecken hat einen Innendurchmesser von 2,4 m. Wie viel Liter Wasser werden benötigt?

Es werden ca. ____________ Wasser benötigt.

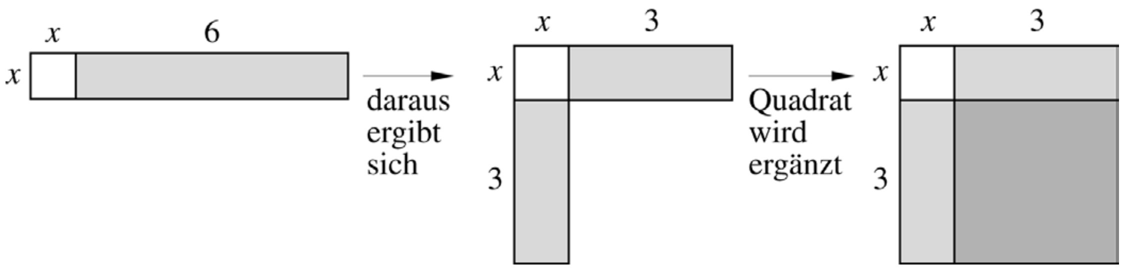
Name: Klasse: Datum:

Quadratische Gleichungen

Geometrische Lösung quadratischer Gleichungen

Die Abbildung zeigt die geometrische Lösung der Gleichung $x^2 + 6x = 16$ nach Al-Khwarizmi.

a) Schneide die Kärtchen unten aus und ordne den Zeichnungen eine bzw. zwei der Gleichungen zu. Erläutere das Verfahren von Al-Khwarizmi.



b) Wie groß ist x in diesem Beispiel? Orientiere dich an der rechten Zeichnung.

____

c) Mit diesem Verfahren gewinnt man nur eine Lösung der quadratischen Gleichung. Zeige, dass auch $x = -8$ eine Lösung der Gleichung ist.

____

d) Stelle auch die Gleichung $x^2 + 4x = 32$ geometrisch dar und löse sie wie Al-Khwarizmi. Finde auch hier eine zweite Lösung.

$x_1 =$ ______ und $x_2 =$ ______

$(x+3)^2 = 25$	$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 16 + 3^2$	$x^2 + 2 \cdot 3x = 16$	$x^2 + 6x = 16$

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Gleichungen

Herleitung der p-q-Formel

Auf den Kärtchen befinden sich einzelne Schritte zur Herleitung der *p*-*q*-Formel.
Schneide die Kärtchen aus und bringe sie in die richtige Reihenfolge.

$(x+\frac{p}{2})^2 = (\frac{p}{2})^2 - q \qquad \mid \pm\sqrt{}$
$x^2 + px \quad = -q \qquad \mid +(\frac{p}{2})^2$ (Quadratische Ergänzung)
$x^2 + px + q \quad = 0 \qquad \mid -q$
$x \quad = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 \quad = -q + (\frac{p}{2})^2$
$x + \frac{p}{2} \quad = \pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad \mid -\frac{p}{2}$
$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \qquad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Gleichungen

Der Satz von Vieta

Satz von Vieta
Für die Lösungen x_1 und x_2 einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ gilt:
$x_1 \cdot x_2 = q$ und $x_1 + x_2 = -p$

1 Prüfe mithilfe des Satzes von Vieta, ob die Lösungsmengen richtig sind.

a) $x^2 - 0{,}9x + 3{,}6 = 0$; $L = \{-1{,}5;\ 2{,}4\}$

b) $x^2 + 8x - 15{,}36 = 0$; $L = \{-3{,}2;\ 4{,}8\}$

c) $x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{15}{32} = 0$; $L = \{-\frac{3}{4};\ \frac{5}{8}\}$

d) $x^2 - 2\frac{4}{9}x - 1\frac{8}{27} = 0$; $L = \{\frac{7}{9};\ 1\frac{2}{3}\}$

e) $x^2 - 0{,}7x - 8 = 0$; $L = \{2{,}5;\ -3{,}2\}$

f) $3x^2 + 7x - 6 = 0$; $L = \{2;\ 3\}$

2 Bearbeite die folgenden Aufgaben mithilfe des Satzes von Vieta.
Zu den Gleichungen sind immer vier Lösungen angegeben.
Finde die richtigen.

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$ $(3;\ 0;\ -1;\ 4)$

b) $x^2 + 10x = 0$ $(-10;\ -2;\ 5;\ 0)$

c) $-x^2 + 9 = 0$ $(-9;\ 9;\ 3;\ -3)$

d) $x^2 + 6x + 8 = 0$ $(-4;\ 4;\ 2;\ -2)$

3 Verwende den Satz von Vieta und finde durch gezieltes Probieren die ganzzahligen Lösungen der Gleichungen.

a) $x^2 + 5x - 24 = 0$

$q = x_1 \cdot x_2$	x_1	x_2	$p = -(x_1 + x_2)$	
−24	−1	24	−23	f

b) $x^2 + 38x + 360 = 0$

$q = x_1 \cdot x_2$	x_1	x_2	$p = -(x_1 + x_2)$	

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Gleichungen mit Parameter mit und ohne CAS lösen

1 Bringe folgende quadratische Gleichung in die Normalform und löse sie mit Lösungsformel nach x auf. $(a \neq 0)$

$42ax = -\frac{39}{5}a^2 - 15x^2$

2 Ermittle die Lösungen folgender quadratischer Gleichungen mithilfe eines CAS. Notiere vorher bei Aufgabe a) Tastenfolge und die Ausgabe auf dem Display. Es sei $a \neq 0$.

a) $3x^2 + 3ax = -3x - 3a$

Tastenfolge:

Ausgabe:

b) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}ax = 3a^2$ $x_1 =$ $x_2 =$

c) $3x^2 - 21ax + 24a^2 = 0$ $x_1 =$ $x_2 =$

3 Gegeben sind 4 Gleichungen, 4 Diskriminanten und Angaben zu Anzahlen von Lösungen.
Färbe Zusammengehörendes mit einer Farbe. Verwende ein CAS.

$x^2 - 8x - a - 5 = 0$	2 Lösungen für $a < 0$ oder $a > 1$	keine Lösung für $0 < a < 1$	$D = 8 - \frac{8}{a}$
$D = \frac{5a^2}{4} + 17$	$ax^2 - 6ax + a + 8 = 0$ $(a \neq 0)$	1 Lösung für $a = 1$	$x^2 + ax - 2x - a = 0$
1 Lösung für $a = -21$	$D = \frac{a^2}{4} + 1$	2 Lösungen für $a > -21$	2 Lösungen
keine Lösung für $a < -21$	2 Lösungen	$x^2 + ax - a^2 - 17 = 0$	$D = a + 21$

Name: Klasse: Datum:

Quadratische Gleichungen

Strategien für Gleichungen 4. Grades

Gleichungen 4. Gerades sind Gleichungen, in denen x bis zur vierten Potenz (x^4) vorkommt. Für sie gibt es keine einfache allgemein gültige Lösungsformel mehr (so wie die p-q-Formel für quadratische Gleichungen). Manchmal kann man solche Gleichungen nur noch numerisch lösen, also indem man sich der Lösung durch Probieren annähert.

Einige Sonderfälle kann man allerdings rechnerisch lösen. Dazu gehören Gleichungen 4. Grades, in denen nur x^4 und x^2 vorkommen, also nicht x^3 und x. Man ändert dazu die Variable und setzt $x^2 = u$. Dann gilt $x^4 = u^2$. Und dann kann man die p-q-Formel verwenden.

1 Betrachte die Gleichung $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$.
Setze $x^2 = u$ und schreibe die neue quadratische Gleichung auf.

____

2 Bestimme die Werte u, die Lösung dieser Gleichung sind, mit der p-q-Formel.

____

____

____

3 Um jetzt die ursprüngliche Gleichung zu lösen, muss aus u wieder x bestimmt werden. Dazu verwendet man den Zusammenhang $x^2 = u$. Wie viele Lösungen für x erhält man hier?

____

____

____

4 Erhält man immer so viele Lösungen für x? Kann es passieren, dass man zwar Lösungen für u erhält, es aber keine für x gibt?

____

____

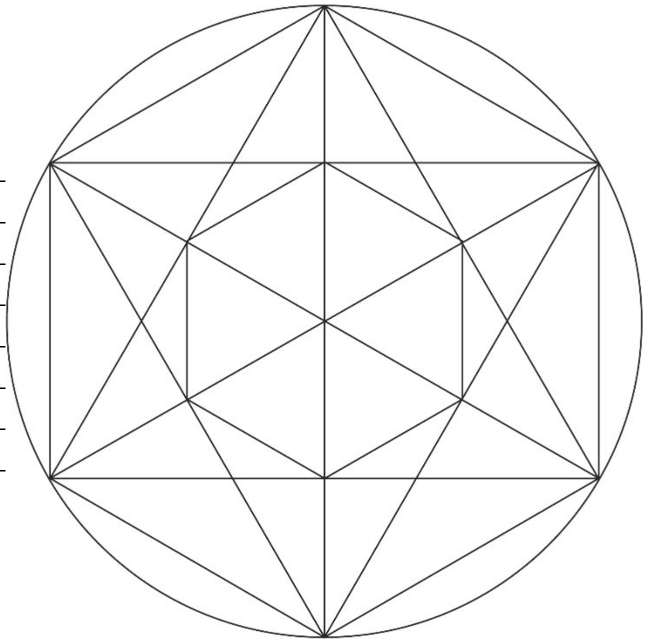
____

Name: Klasse: Datum:

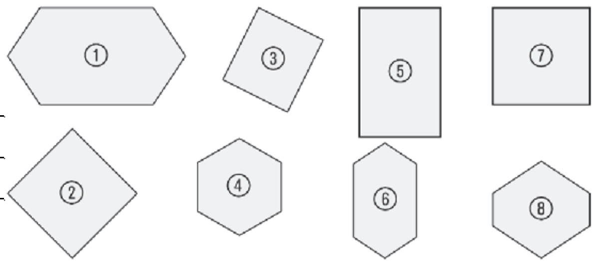
Ähnlichkeit

Ähnliche Figuren erkennen

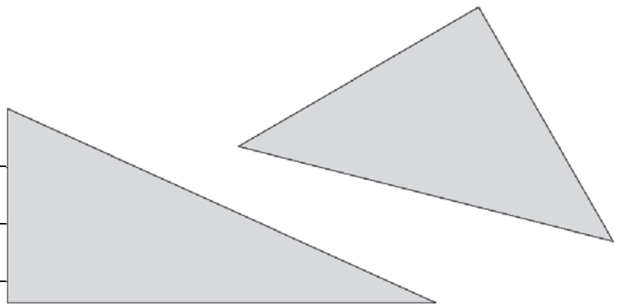
1 Markiere mindestens drei unterschiedliche Figuren.
Wie viele ähnliche Figuren gibt es jeweils zu der Figur?



2 Welche Figuren sind ähnlich?
Begründe deine Antwort.



3 Sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke zueinander ähnlich?
Begründe.

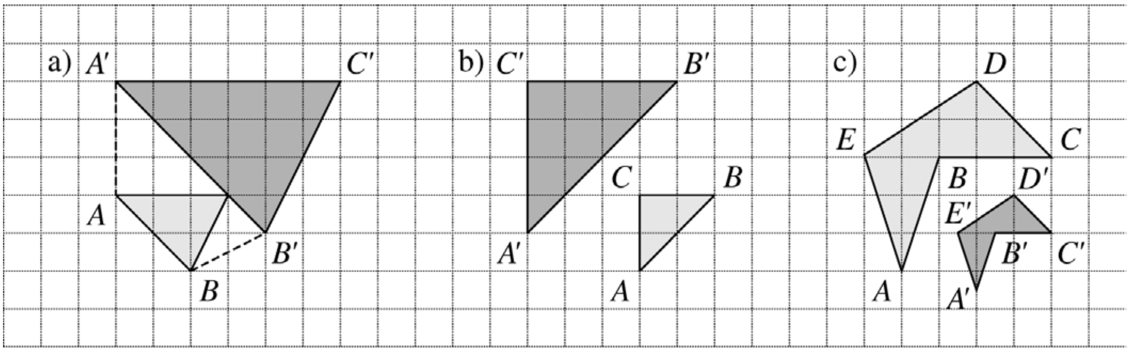


Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

Streckungen erkennen

1 Trage jeweils das Streckungszentrum ein.

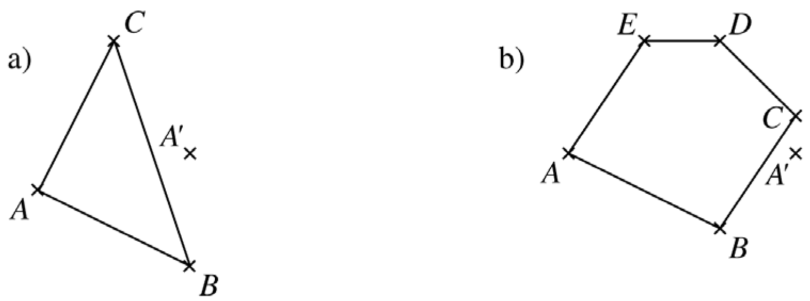


2 Bestimme jeweils den Streckungsfaktor der zentrischen Streckung aus Aufgabe 1.

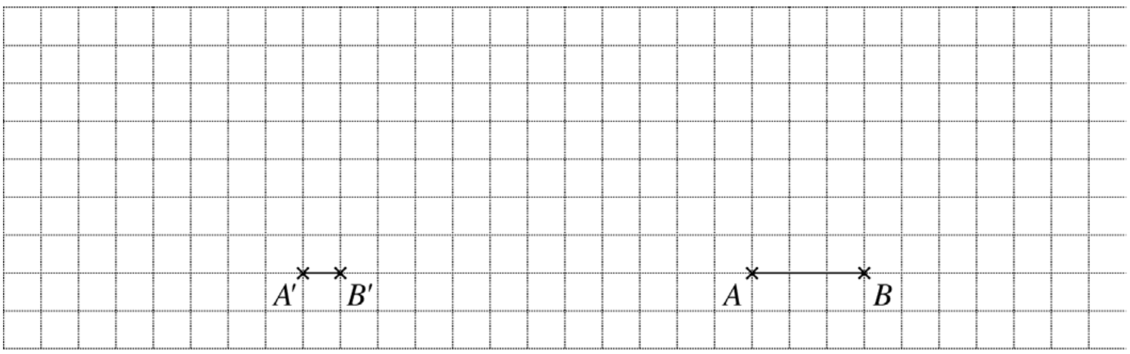
a) $k =$ ____________ b) $k =$ ____________ c) $k =$ ____________

3 Zeichne das Streckungszentrum ein und ergänze die gestreckten Figuren.

a) $k = 0{,}5$ b) $k = 0{,}5$



4 Ergänze die Strecke $\overline{AB}$ zu einer eigenen Figur und strecke diese.
Bestimme dazu zuerst das Streckungszentrum.



Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

Streckungen im Koordinatensystem erkennen

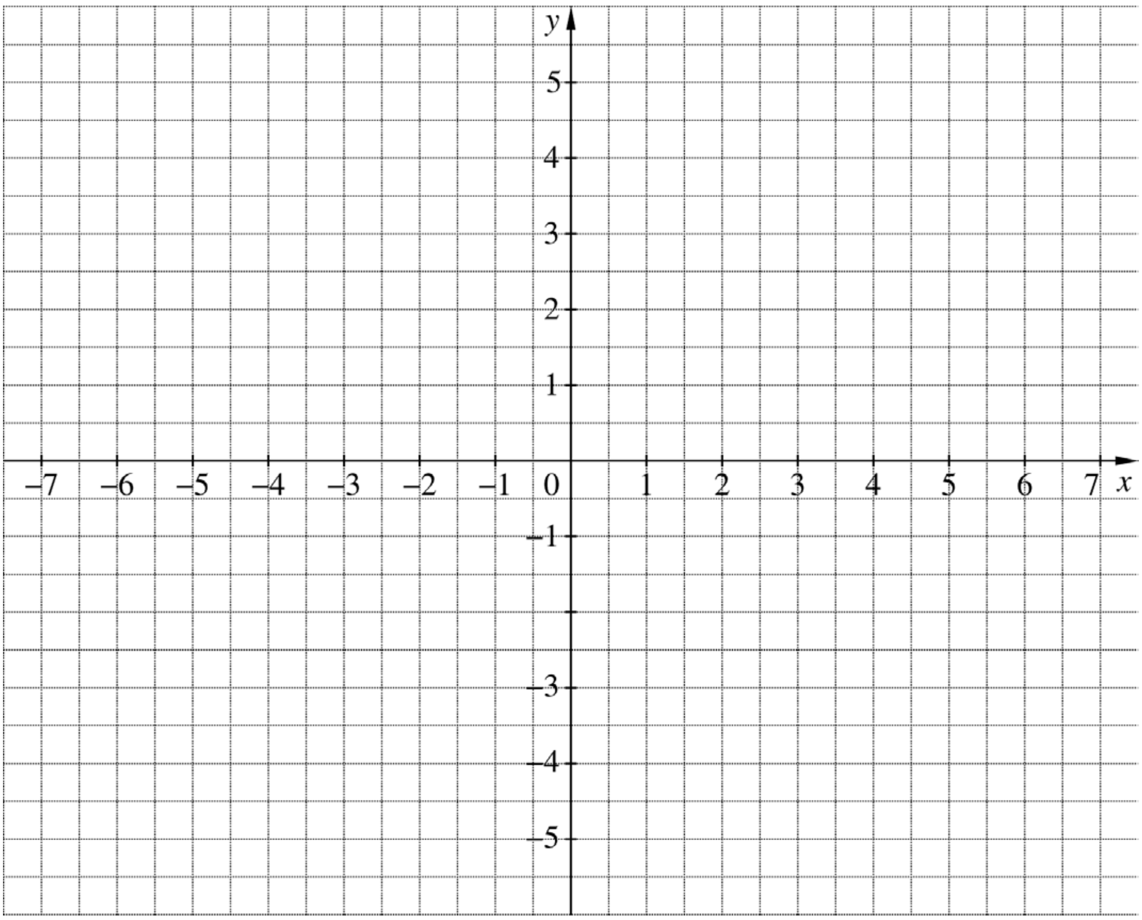
1 Zeichne das Viereck $ABCD$ mit $A(1|1)$; $B(2|2)$; $C(3|2)$ und $D(0|3)$ in das Koordinatensystem ein.
Prüfe, ob folgende Vierecke durch zentrische Streckung aus dem Viereck $ABCD$ entstanden sein können.
Trage gegebenenfalls das Streckzentrum ein und gib den Streckfaktor an.

a) $E(-0{,}5|-2)$; $F(2|0{,}5)$; $G(4{,}5|0{,}5)$; $H(-3|3)$

b) $I(-3{,}5|-3{,}5)$; $J(-4|-4)$; $K(-4{,}5|-4)$; $L(-3|-4{,}5)$

c) $M(1|-2)$; $N(4{,}5|2)$; $O(6{,}5|2)$; $P(-2|5)$

d) $Q(-4{,}5|-1)$; $R(-3{,}5|0)$; $S(-2{,}5|0)$; $T(-5{,}5|1)$

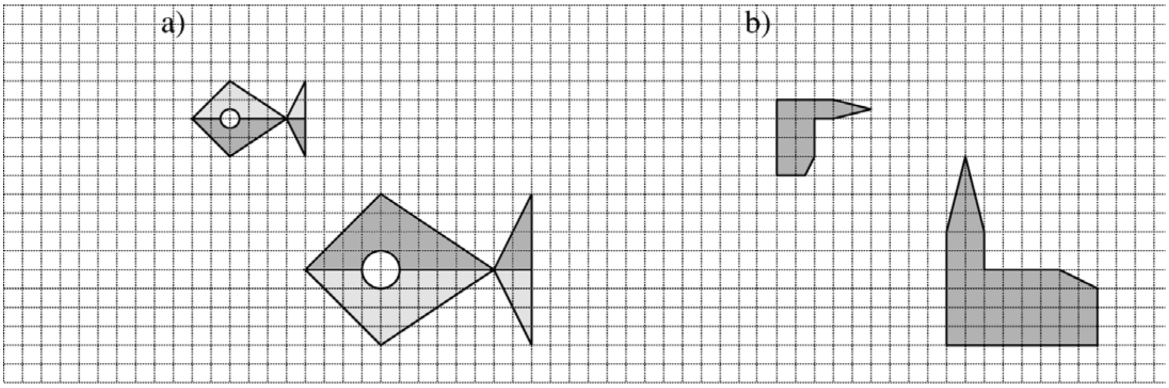


Name: Klasse: Datum:

Dreiecke auf Ähnlichkeit untersuchen

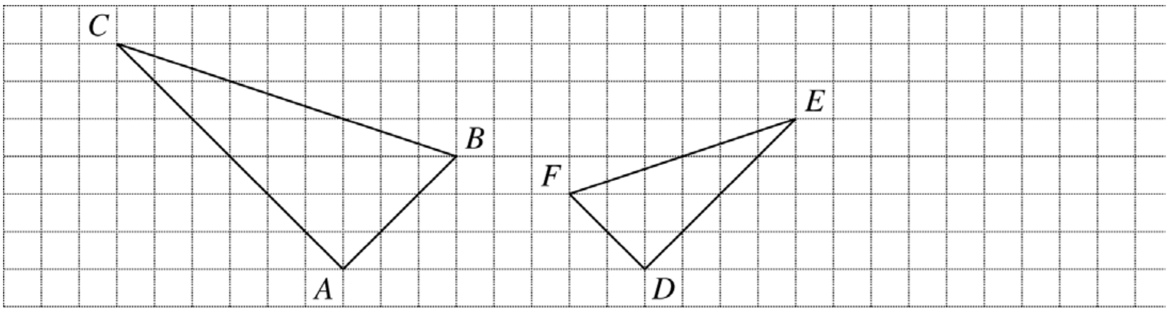
Streckungen und Kongruenzabbildungen verketten

1 Wie können die Figuren auseinander hervorgegangen sein?
Zeichne gegebenenfalls Streckzentrum, Spiegelachse, Drehpunkt, … ein.



2 Ähnliche Dreiecke

a) Begründe mithilfe der Ähnlichkeitssätze für Dreiecke, dass die Dreiecke ABC und DEF zueinander ähnlich sind.



b) Es gibt keine zentrische Streckung, die das Dreieck ABC auf das Dreieck DEF abbildet.
Lässt sich durch nacheinander ausführen von Abbildungen ABC auf DEF abbilden?

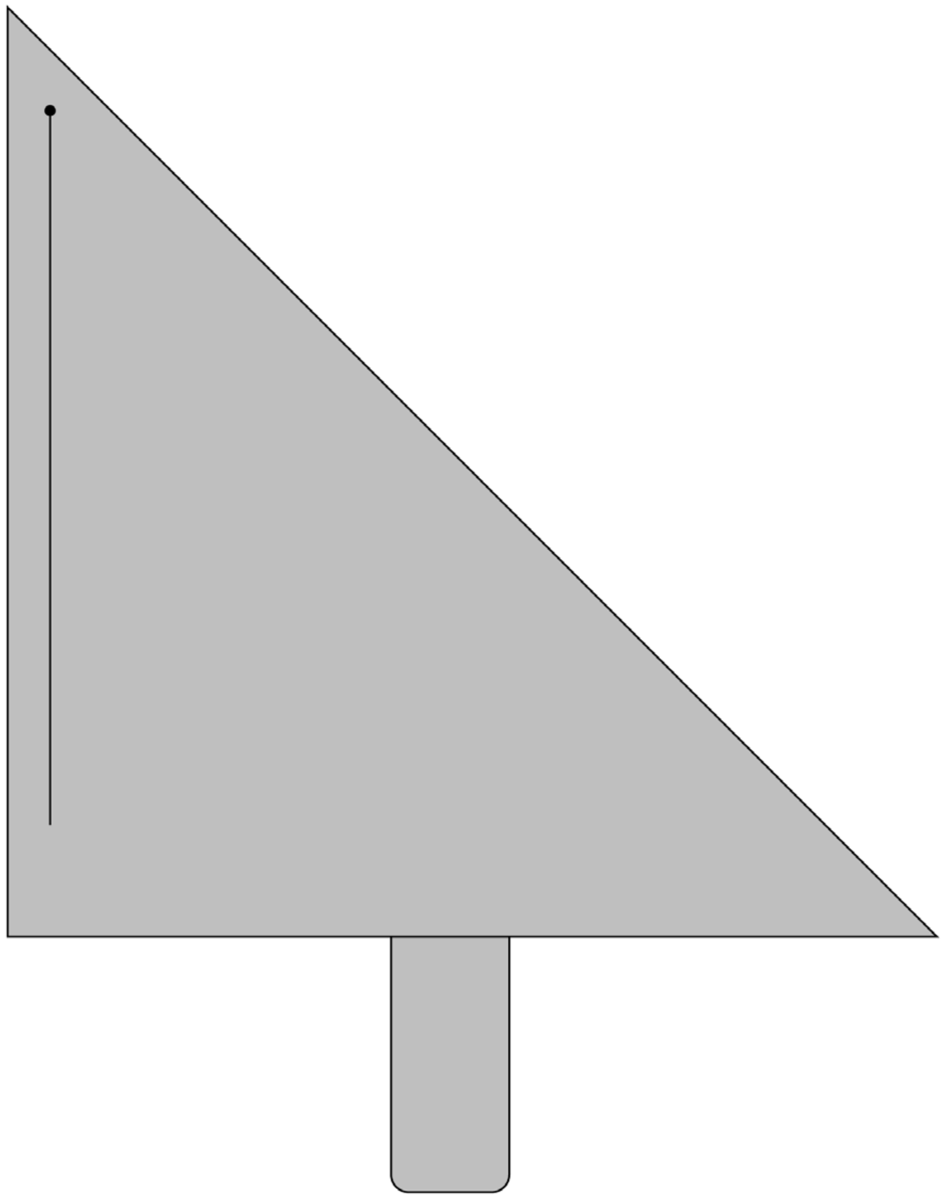
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

Bastelvorlage – Försterdreieck (1/2)

Material: Wollfaden (circa 30 cm), Schraube oder ähnlicher Gegenstand (dient zum Beschweren des Fadens), Klebeband



Klebe das Dreieck auf starke Pappe und schneide es mit Halter aus.
Befestige die Schraube an einem Ende des Wollfadens.
Klebe das andere Ende des Wollfadens am markierten Punkt auf das Dreieck.
Fertig ist das Försterdreieck!

Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

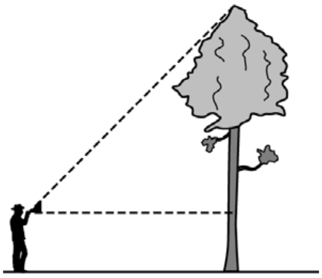
Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

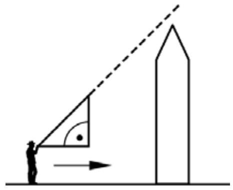
Bastelvorlage – Försterdreieck (2/2)

Aufgabe:

Bestimme die Höhe eines Objekts auf dem Pausenhof mithilfe eines Försterdreiecks.

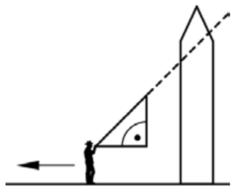


1 Die untere Kante des Försterdreiecks muss horizontal gehalten werden. Dazu muss das Lot entlang der vertikalen Kante verlaufen.



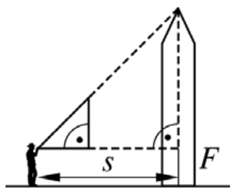
2 Die Hypotenuse dient zum Anvisieren des höchsten Punktes: Gehe solang auf das zu vermessende Objekt zu oder von ihm weg, bis du dessen höchsten Punkt anvisieren kannst.

3 Miss den Abstand s zwischen dir und dem Lotfußpunkt F.



4 Ermittle mithilfe einer maßstabsgetreuen Zeichnung die Höhe des Objekts.

5 Begründe, warum das Försterdreieck und das Dreieck aus Auge, Spitze des Objekts und Lotfußpunkt F ähnlich zueinander sind.



6 Beschreibe nun, wie die Höhe mithilfe des Försterdreiecks berechnet werden kann und ermittle rechnerisch die Höhe des Objekts im Pausenhof. Vergleiche deine Ergebnisse.

7 Stelle eine Formel auf, mit der die Höhe eines Objekts in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen dir und dem Punkt F bestimmt werden kann.

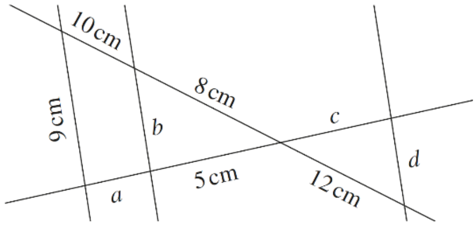
8 Was ändert sich, wenn du kein gleichschenkliges Dreieck zur Verfügung hast?
Wie lautet die Formel für ein Dreieck mit den Schenkellängen 10 cm und 15 cm?

Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

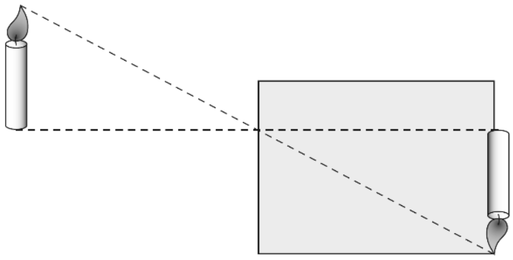
Strahlensatz im Gelände

1 Berechne die fehlenden Längen.

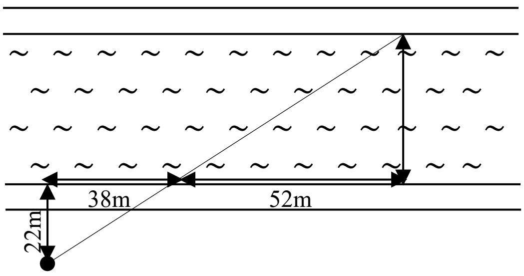


2 Eine 16 cm lange Kerze steht 40 cm von der Öffnung einer Lochkamera entfernt.

Wie weit muss die Rückwand der Lochkamera von der Öffnung entfernt sein, damit das Bild mindestens 10 cm groß ist?



3 Bestimme die Breite des Flusses.



4 Beschreibe, wie man mithilfe eines Stabes und eines Maßbandes bei Sonnenschein die Höhe eines Gebäudes bestimmen kann.

Cornelsen
Autor: Redaktion Mathematik
Bildrechteinhaber: Redaktion Mathematik

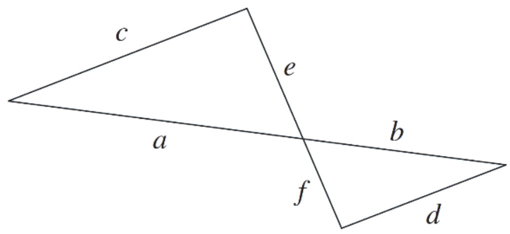
Name: Klasse: Datum:

Ähnlichkeit

Streckenlängen mithilfe der Strahlensätze berechnen

1 Betrachte die Strahlensatzfigur rechts.

a) Stelle zu der Strahlensatzfigur mindestens drei Verhältnisgleichungen auf.



____

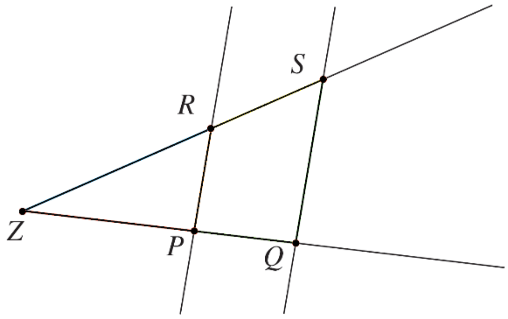
____

____

b) Berechne die fehlenden Größen und ergänze die Tabelle.

a	b	c	d	e	f
10 cm	6 cm		9 cm	8 cm	
12 dm		6 dm		7,5 dm	5 dm
11 m	7 m		10,5 m		12,6 m
	5,6 cm		4,2 cm	14,1 cm	8,4 cm
	12 cm	13,5 cm	1,08 dm		72 mm
74 mm		6,8 cm	0,306 m		369 mm

2 Berechne mithilfe der Strahlensätze die fehlenden Streckenlängen.



	$\overline{ZP}$	$\overline{ZQ}$	$\overline{PQ}$	$\overline{ZR}$	$\overline{ZS}$	$\overline{RS}$	$\overline{PR}$	$\overline{SQ}$
a)	35 cm	49 cm			28 cm		25 cm	
b)	1,6 cm		0,4 cm	1,2 cm				4 cm
c)	10,6 cm			1,8 cm	5,4 cm		9,2 cm	
d)		1,5 cm	$\frac{2}{3}$cm			$\frac{8}{14}$cm		$\frac{18}{7}$cm

Name: Klasse: Datum:

Potenzen

Potenzen berechnen

1 Schreibe die Quotienten mithilfe der Rechenregeln als einfache Potenz.
Überlege dir eine geeignete Basis.

a) $(-4)^5 : (-4)^{-5}$ = ______ b) $7^{-3} : 7^4$ = ______ c) $0{,}25^3 : 0{,}5^{-4}$ = ______

d) $(6^4)^3 : 36^7$ = ______ e) $4^2 : 32$ = ______ f) $29^{-5} : 29^{-7}$ = ______

2 Löse die Potenzen auf und schreibe deine Ergebnisse als gekürzten Bruch.
Erinnere dich an die Darstellung einer Dezimalzahl als Bruch.

a) $18 \cdot (-3)^{-3}$ = ______ b) $12 \cdot 2^{-4}$ = ______ c) $34 \cdot 5^{-4}$ = ______

d) $\frac{10}{44} \cdot (0{,}5)^{-2}$ = ______ e) $\frac{36}{50} \cdot (0{,}9)^{-2}$ = ______ f) $\frac{98}{250} \cdot (1{,}4)^{-3}$ = ______

g) $0{,}04 \cdot \left(\frac{4}{15}\right)^{-2}$ = ______ h) $\left(\frac{11}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{11}{50}\right)^{-2}$ = ______ i) $0{,}243 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{-2}$ = ______

3 Ordne die Brüche erst so, dass keine negativen Exponenten mehr erscheinen.
Berechne dann mit einem Taschenrechner und runde gegebenenfalls auf Hundertstel.
Hinweis: Es hilft, wenn man ein negatives Vorzeichen als Vorfaktor –1 behandelt.

a) $\frac{1}{5^{-3}}$ = ______ = ______ b) $\left(\frac{1}{5^4}\right)^{-1}$ = ______ = ______

c) $\frac{2^2}{5^{-2}}$ = ______ = ______ d) $\left(\frac{1}{2^{-2}}\right) \cdot (-3)^{-2}$ = ______ ≈ ______

e) $\left(\frac{1}{5^{-1}}\right)^{-1} \cdot 5^{-1}$ = ______ = ______ f) $\frac{(2^4 - 4^2)^{-1}}{5^{-1}}$ = ______ = ______

g) $\left(\frac{(-1)^3}{5^3}\right)^{-1}$ = ______ = ______ h) $2^{-2} \cdot \frac{(-2)^2}{(-1)^{-2}}$ = ______ = ______

i) $\frac{2^{-5} \cdot 5^2}{5^{-2} \cdot 2^5}$ = ______ ≈ ______ j) $\frac{2^{-5} \cdot (-5)^2}{5^{-2} \cdot (-2)^5}$ = ______ ≈ ______

4 Berechne die Potenzen und sortiere sie der Reihe nach. (Gleichheit kann vorkommen.)

2^3 = ____ -2^3 = ____ $(-2)^3$ = ____ 2^{-3} = ____ -2^{-3} = ____ $(-2)^{-3}$ = ____

3^2 = ____ -3^2 = ____ $(-3)^2$ = ____ 3^{-2} = ____ -3^{-2} = ____ $(-3)^{-2}$ = ____

____________________ $< 0 <$ ____________________

Name: Klasse: Datum:

Potenzen

Wissenschaftliche Schreibweise

1 Schreibe die Höhenangaben zunächst ohne Zehnerpotenzen und rechne dann in Meter um. Ordne den Bergen die richtige Höhe und das jeweilige Land zu. Zeichne Linien.

Montblanc	$6{,}194 \cdot 10^5$ cm	Alaska/USA
Zugspitze	$4{,}807 \cdot 10^6$ mm	Nepal / Tibet
Mount Everest	$8{,}846 \cdot 10^5$ cm	Frankreich / Italien
Mount McKinley	$2{,}963 \cdot 10^6$ mm	Türkei
Ararat	$8{,}611 \cdot 10^4$ dm	China/Pakistan
K 2	$5{,}197 \cdot 10^4$ dm	Deutschland

2 Das menschliche Blutkreislaufsystem besteht aus drei Arten von Blutgefäßen.

a) Gib den Durchmesser der verschiedenen Blutgefäße mit Zehnerpotenzen an.

Arterienzweige: 0,0006 m = __________

Venenzweige: 0,0015 m = __________

Kapillaren: 0,000 008 m = __________

b) Was ist der Unterschied zwischen Arterien und Venen?

Name: Klasse: Datum:

Potenzen

Positive und negative Exponenten

1 Schreibe die Zahlen in der wissenschaftlichen Schreibweise.

a) $3000 =$ ______ b) $542{,}51 =$ ______ c) $-0{,}0004 =$ ______

d) $350 \cdot 10^4 =$ ______ e) $-1385{,}7 =$ ______ f) $7300 \cdot 10^7 =$ ______

2 Berechne und gib die Ergebnisse in wissenschaftlicher Schreibweise an.

a) $4000 \cdot 80\,000 =$ ______ b) $23\,765{,}25 : 0{,}003\,55 =$ ______

c) $2{,}68 \cdot 0{,}0046 =$ ______ d) $0{,}0012 : 0{,}000\,002 =$ ______

e) $(-20\,000) \cdot 2000 =$ ______ f) $0{,}000\,289 : (-8500) =$ ______

3 Schreibe die folgenden Angaben ohne Verwendung von Zehnerpotenzen.

a) Durchmesser eines Regentropfens: ca. $1 \cdot 10^{-3}$ m = ______

b) Durchmesser der Milchstraße: ca. $1 \cdot 10^{20}$ m = ______

c) Wellenlänge des sichtbaren Lichts: ca. $4 \cdot 10^{-7}$ m = ______

d) Durchmesser der Erde: ca. $1{,}28 \cdot 10^4$ km = ______

e) Durchmesser eines Haares: ca. $1 \cdot 10^{-4}$ m = ______

4 Berechne unter Verwendung der Zahlenangaben aus Aufgabe 3:

a) Wie viele Haare passen nebeneinander auf einen Millimeter? ______

b) Wie viel Mal „dicker“ ist ein Regentropfen als ein Haar? ______

c) Wie viel Mal „dicker“ ist die Milchstraße, als die Erde? ______

5 Schreibe als Potenz mit negativem Exponenten.

a) $\frac{1}{5^4} =$ ______ b) $\frac{1}{225} =$ ______ c) $-\frac{1}{(-0{,}4)^5} =$ ______

6 Vereinfache die folgenden Terme und berechne sie danach ohne Verwendung eines Taschenrechners.

a) $2^2 \cdot 2^2 =$ ______ b) $8^6 : 8^4 =$ ______ c) $(-6)^5 : (-6)^3 =$ ______

d) $-3^6 \cdot 3^{-4} =$ ______ e) $10^2 : 2^2 =$ ______ f) $1^{-4} : 5^{-4} =$ ______

g) $\frac{20^3 \cdot 10^4}{4^3 \cdot 50^4} =$ ______ h) $(4^1)^{-3} =$ ______ i) $\frac{10^{-4} \cdot 10^7 \cdot 10^2}{10^4 \cdot 10^{-3}} =$ ______

Name: Klasse: Datum:

Potenzen

Multiplikationsmauern mit Potenzen

1 Fülle die Multiplikationsmauern aus. Wenn möglich, vereinfache deine Ergebnisse.

a)

$2x^5$	$1x^{-1}$	$5x^{-1}$	$0{,}08x^0$

b)

$0{,}2^p$	5^q	5^p	$0{,}2^q$

c)

$250x^1$			
	$5x^0$		
		x^3	
			x^5

d)

$a^{-2}b^{-4}$			
b^{-4}			
a^1b^{-2}			
a^1			

e)

x^{a+c}		x^{b-a}	
$x^a \cdot x^b$			$x^c : x^a$

f)

2^3		2^5	
2^4			2^6

g)

12^p			
3^p		4^q	3^q

h)

$0{,}02t^{29}$			
	$20t^{22}$		
$0{,}0002t^2$			$12{,}5t^{-11}$

2 Erstelle eine Multiplikationsmauer mit eigenen Zahlen. Schreibe in der linken Mauer die Potenzen und trage in die rechte Mauer den entsprechenden Wert ein.

Name:	Klasse:	Datum:

Potenzen

Potenzen mit gebrochenen Exponenten

1 Berechne den Wert der Wurzeln im Kopf.

a) $\sqrt[3]{1000}$ = ______ b) $\sqrt[4]{81}$ = ______ c) $\sqrt[3]{0{,}027}$ = ______

d) $\sqrt{\frac{25}{16}}$ = ______ e) $\sqrt[3]{\frac{8}{729}}$ = ______ f) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$ = ______

g) $\sqrt[166]{1}$ = ______ h) $\sqrt{1002001}$ = ______ i) $\sqrt[5]{3125}$ = ______

2 Schreibe die Terme als Wurzeln und berechne sie.

a) $16^{\frac{1}{2}}$ = ______ = ______ b) $0^{\frac{1}{3}}$ = ______ = ______

c) $125^{\frac{1}{3}}$ = ______ = ______ d) $64^{\frac{1}{3}}$ = ______ = ______

e) $169^{0{,}5}$ = ______ = ______ f) $32^{0{,}2}$ = ______ = ______

g) $1{,}331^{\frac{1}{3}}$ = ______ = ______ h) $(0{,}512)^{\frac{1}{3}}$ = ______ = ______

3 Vereinfache die Terme, schreibe sie als Wurzel und berechne sie.
Runde auf bis zu zwei Stellen nach dem Komma.

a) $(2^{\frac{1}{3}})^4$ = ______ = ______ ≈ ______ b) $(7^{\frac{1}{4}})^2$ = ______ = ______ ≈ ______

c) $(16^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$ = ______ = ______ = ______ d) $(9^{\frac{1}{10}})^5$ = ______ = ______ ≈ ______

e) $(20^{0{,}4})^2$ = ______ = ______ ≈ ______ f) $(5^{\frac{2}{6}})^{\frac{1}{2}}$ = ______ = ______ ≈ ______

4 Schreibe die Terme jeweils als Potenz. Stelle den Exponenten als Bruch dar.

a) $16^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$ = ______ b) $7^{\frac{1}{3}} : 7^{\frac{1}{4}}$ = ______

c) $33^{\frac{1}{3}} : 33^{\frac{1}{8}}$ = ______ d) $10^{\frac{4}{7}} : 10^{\frac{3}{2}}$ = ______

e) $19^{\frac{1}{6}} \cdot 19^{\frac{3}{4}}$ = ______ f) $32^{\frac{2}{3}} : 32^{\frac{3}{5}}$ = ______

g) $1{,}1^{\frac{1}{3}} : 1{,}1^{\frac{4}{3}}$ = ______ h) $0{,}7^{\frac{7}{10}} : 0{,}7^{\frac{4}{5}}$ = ______

4 Schreibe die Terme jeweils als Potenz. Stelle den Exponenten als Dezimalzahl dar.

a) $5^{1{,}5} \cdot 5^{-0{,}1}$ = ______ b) $1{,}5^{0{,}66} \cdot 1{,}5^{0{,}33}$ = ______

c) $6^{10{,}1} : 6^{4{,}2}$ = ______ d) $4^{1{,}25} \cdot 4^{0{,}5}$ = ______

e) $3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ = ______ f) $12^{\frac{5}{10}} : 12^{\frac{3}{5}}$ = ______

Name:	Klasse:	Datum:

Potenzen: Wurzelgleichungen mit einem CAS lösen

1 a) Löse folgende Wurzelgleichungen ohne Hilfsmittel.

$\sqrt{4x-8}=2$ $\quad|(\ldots)^2$ $\quad\sqrt{9x^2-36}=3x+2$

b) Führe zu den Gleichungen aus a) mithilfe des mit-Operators „|“ des CAS jeweils die Probe aus. Gib die Lösungsmenge an.

linke Seite: linke Seite:

rechte Seite: rechte Seite:

c) Löse die Gleichungen mit einem CAS. Notiere die Tastenfolge und das ausgegebene Ergebnis. Interpretiere.

Tastenfolge:

Gleichung	$\sqrt{4x-8}=2$	$\sqrt{9x^2-36}=3x+2$
Ausgabe auf dem Display		
Interpretation		

2 a) Ermittle die Definitionsmenge der folgenden Wurzelgleichung und bestimme die Lösungsmenge ohne Hilfsmittel: $\sqrt{-3x+7}=\sqrt{5x-17}$

b) Löse die Gleichung mit CAS und mache die Probe mithilfe des mit-Operators „|“ des CAS. Notiere die Tastenfolge und das ausgegebene Ergebnis.

Name: Klasse: Datum:

Potenzen

Sachaufgaben zur Potenzrechnung

1 Das dritte Keplersche Gesetz lautet: „Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander wie die dritten Potenzen der großen Bahnhalbachsen."
Berechne mithilfe der Daten der Erde die Umlaufzeiten von Merkur und Neptun.
Stelle vorher die Formel $\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}$ geeignet um.

$T_{Erde} =$ 1 Jahr
$a_{Erde} =$ $148 \cdot 10^6$ km
$a_{Merkur} =$ $58 \cdot 10^6$ km
$a_{Neptun} =$ $4495 \cdot 10^6$ km

2 Beim Bowlingtournier gewann neulich eine Mannschaft aus 3 Ehepaaren. Für einen Artikel im Vereinsblatt sollen nun die sechs Teilnehmer fotografiert werden. Doch ein Mensch blinzelt mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 %. Der Redakteur möchte keine Blinzelfotos und wendet sich an seine Praktikanten:
„Wir haben folgende 4 Varianten, die Teilnehmer zu fotografieren:

A: ein Gesamtbild,
B: sechs Einzelbilder,
C: drei Pärchenbilder oder
D: ein Bild der Frauen und eines der Männer.

Welche Variante hat die größte Wahrscheinlichkeit dafür, dass auf allen Fotos alle Personen nicht blinzeln?"

Der Praktikant hat auf einem Zettel alle Lösungen notiert:
$(0{,}95^6)^1$; $(0{,}95^3)^2$; $(0{,}95^1)^6$; $(0{,}95^2)^3$
Welche Lösung passt zu welchem Foto?
Was würdest du dem Redakteur raten?