

2 Operatoren – Anforderungen und Arbeitsaufträge in den Abiturprüfungen

Durch die in den Abituraufgaben verwendeten **Arbeitsaufträge** und **Handlungsanweisungen** – oder auch „Operatoren“ genannt – wie z. B. „begründen“, „herleiten“ oder „skizzieren“ wird von Ihnen eine jeweils ganz bestimmte Tätigkeiten bei der Bearbeitung einer Prüfungsaufgabe erwartet.

Zu einer guten fachlichen Vorbereitung auf die Abiturprüfung gehört daher für Sie auch das Wissen, welche Aktivitäten bei der Bearbeitung verlangt werden und wie die Darstellung der Lösung erfolgen soll, damit Sie Fehlinterpretationen der Aufgabenstellung vermeiden können. In den Stichpunkt-Lösungen der ausgearbeiteten Prüfungsaufgaben dieses Bandes sind die Operatoren daher zur Verdeutlichen jeweils durch Unterstreichung hervorgehoben.

In der folgenden Tabelle werden die für Mathematik bedeutsamen „Operatoren“ zusammengestellt. Bei jedem **Operator** ist jeweils die **Definition** angegeben, wie sie von den Schulbehörden der Bundesländern formuliert und veröffentlicht wurde (Quellen am Ende der Tabelle). Eine Reihe von **Beispielen** meist aus den Prüfungsaufgaben dieses Bandes zeigt Ihnen die konkrete Umsetzung. Angegeben ist jeweils die Aufgabennummer und die Teilaufgabe.

Liste der Arbeitsaufträge (Operatoren)

Operator	Definition	Beispiele
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen und Begründungen, ohne Darstellung von Lösungsansätzen und ohne Lösungsweg aufzählen.	<ul style="list-style-type: none"> – Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich von f_a an. (A9, 1a) – Geben Sie eine Gleichung von E^* in Normalenform an. (G8, 2c) – Geben Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse ... an. (S5, 1) – Nennen Sie zwei weitere Beispiele für rationale Funktionen ...
anwenden, übertragen	Einen bekannten Sachverhalt, eine bekannte Methode auf eine neue Problemstellung beziehen.	<ul style="list-style-type: none"> – Übertragen Sie die Rechnung auf ... (A11, 2) – Wenden Sie dieses Verfahren an.
auswerten	Daten, Einzelergebnisse oder sonstige Sachverhalte zu einer abschließenden Gesamtaussage zusammenführen.	<ul style="list-style-type: none"> – Werten Sie die Ergebnisse in Abhängigkeit vom Parameter k aus.
begründen	Einen angegebenen Sachverhalt auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen. Hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen und mit kommentierendem Text anzugeben.	<ul style="list-style-type: none"> – Begründen Sie möglichst ohne zusätzliche Rechnungen, dass h keine weiteren Nullstellen außer 12 und -12 besitzen kann. (A2, 2) – Begründen Sie, dass kein zur Schar gehörender Graph G_a die Koordinatenachsen schneidet. (A9, 1b)

Operator	Definition	Beispiele
		<ul style="list-style-type: none"> – Begründen Sie, dass die Schar der Geraden g_k eine Halbebene von E bildet. (G8, 1b) – Begründen Sie Ihre Entscheidung. (S1, 5)
berechnen	<p>Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen (mit oder ohne grafikfähigen Taschenrechner/Computer-Algebra-System (CAS)).</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Berechnen Sie den Flächeninhalt der gerasterten Figur. (A 1, 1b) – Berechnen Sie den Abstand der beiden Geraden. (G 3, 2) – Berechnen Sie den Neigungswinkel α. (G7, 1) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse. (S2, 1a) – Bei Verwendung eines CAS: Dokumentieren Sie auch einen Rechenweg, der ohne den Einsatz von CAS nachvollziehbar ist.
beschreiben (Vergleiche: „erläutern“)	<p>Sachverhalt oder Verfahren in Textform unter Verwendung der Fachsprache in vollständigen Sätzen darstellen. (Hier sind auch Einschränkungen möglich: „Beschreiben Sie in Stichworten“.)</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Beschreiben Sie das lineare Wachstum. (A10, 2) – Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg. (G5, 4) – Beschreiben Sie im obigen Sachzusammenhang zwei Ereignisse E und $F \dots$ (S 1, 1a) – Beschreiben Sie eine Möglichkeit, um die Koordinaten eines von P verschiedenen Punktes zu ermitteln,

Operator	Definition	Beispiele
		der auf dem Grundkreis k liegt. (G9, 3)
bestimmen, ermitteln	Einen Lösungsweg darstellen und das Ergebnis formulieren (die Wahl der Mittel kann unter Umständen eingeschränkt sein).	<ul style="list-style-type: none"> – Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion p. (A1, 1a) – Ermitteln Sie die Gleichungen der Tangenten an G_f in den beiden Nullstellen. (A1, 3b) – Bestimmen Sie für $t = 6$ die Lösungsmenge. (G5, 2) – Ermitteln Sie das Winkelmaß des Winkels. (G2, 2) – Ermitteln Sie für die Nullhypothese den größtmöglichen Ablehnungsbereich ... (S5, 3) – Bestimmen Sie hierzu die Entscheidungsregel. (S6, 3)
beurteilen, Folgerungen ziehen	Zu einem Sachverhalt ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen.	<ul style="list-style-type: none"> – Beurteilen Sie die Brauchbarkeit des Modells. (A10, 4c)
beweisen, widerlegen	Beweisführung im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen.	<ul style="list-style-type: none"> – Beweisen Sie Ihre Vermutung rechnerisch. (A12, 2c) – Beweisen oder widerlegen Sie die vorgegebene Behauptung.

Operator	Definition	Beispiele
dokumentieren	Alle notwendigen Erklärungen, Herleitungen und Skizzen darstellen.	– Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg. (z. B. bei Verwendung von grafikfähigem Taschenrechner/Computer-Algebra-System (CAS))
einordnen, zuordnen	Mit erläuternden Hinweisen in einen genannten Zusammenhang einfügen/stellen.	– Ordnen Sie den Funktionsgraphen die entsprechenden Parameterwerte zu.
entscheiden	Bei Alternativen sich begründet und eindeutig – aufgrund von Vergleichen – auf eine Möglichkeit festlegen.	– Entscheiden Sie, ob zur Realisierung des neuen Profils insgesamt Erde weggefahren oder angeliefert werden muss ... (A6, 4)
entwickeln, aufstellen	Sachverhalte und Methoden zielgerichtet in einen Zusammenhang bringen, also eine Hypothese, eine Skizze oder ein Modell weiterführen und ausbauen.	– Stellen Sie eine Gleichung der Ebene $E \dots$ in Normalenform auf. (G1, 1c) – Entwickeln Sie einen Test zur Überprüfung der folgenden Hypothese.
erklären	Methode, Verfahren, Vorgehensweise oder Zusammenhang in Textform unter Verwendung der Fachsprache auf fachliche Grundprinzipien zurückführen. Sachverhalte mithilfe eigener Kenntnisse verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen.	– Erklären Sie zunächst allgemein, wie die Graphen ... durch Verschiebung aus G_p entstehen. (A1, 2a) – Erklären Sie anschaulich, wie sich diese Annahmen hinsichtlich der Existenz von Extrem- und Wendepunkten auswirken. (A10, 3).

Operator	Definition	Beispiele
<p>erläutern</p> <p>vergleiche: „beschreiben“</p>	<p>Einen Sachverhalt oder ein Verfahren in angemessener Textform darstellen und durch zusätzliche Informationen oder Darstellungsformen verständlich machen.</p> <p>Im Unterschied zur Beschreibung erfordert eine Erläuterung die Darstellung inhaltlicher Bezüge.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Erläutern Sie die Bedeutung der Ableitungsfunktion m' für oben beschriebenen Wachstumsprozess. (A8, 1) – Erläutern Sie, wie man zumindest näherungsweise für z eine Lösung bestimmen könnte. (A11, 4) – Erläutern Sie Ihren Lösungsweg. (G5, 5) – Erläutern Sie, warum sich ein einseitiger Hypothesentest anbietet. (S4, 5)
<p>erstellen, darstellen</p>	<p>Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden in übersichtlicher, meist fachlich üblicher oder vorgegebener Form darstellen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Stellen Sie ...in einem Koordinatensystem dar. (M2, 7) – Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Funktion f.
<p>herleiten</p>	<p>Die Entstehung oder Ableitung eines gegebenen oder beschriebenen Sachverhalts oder einer Gleichung aus anderen oder aus allgemeineren Sachverhalten darstellen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Leiten Sie die gegebene Formel für die Stammfunktion her.
<p>(re-)interpretieren, deuten</p>	<p>Phänomene, Strukturen oder Ergebnisse auf Erklärungsmöglichkeiten untersuchen und diese gegeneinander abwägen und auf das ursprüngliche Problem beziehen.</p> <p>Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem. Umdeuten in eine andere Sichtweise.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Interpretieren Sie den Verlauf der Graphen von m und m' (A8, 3) – Bestimmen Sie das Integral und deuten Sie das Ergebnis geometrisch.

Operator	Definition	Beispiele
klassifizieren	Eine Menge von Objekten nach vorgegebenen oder sinnvoll selbstständig zu wählenden Kriterien in Klassen einteilen.	<ul style="list-style-type: none"> – Klassifizieren Sie die Graphen der Funktionenschar nach der Anzahl der Nullstellen.
skizzieren	Die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes angemessen graphisch per Hand darstellen (auch Freihandskizze möglich).	<ul style="list-style-type: none"> – Skizzieren Sie den zugehörigen Graphen in dem Koordinatensystem. (A3, 1) – Skizzieren Sie den Graphen von f_a für $a=1$. (M4, 4)
überprüfen, bestätigen, widerlegen	Die Gültigkeit einer Aussage, z. B. einer Hypothese oder einer Modellvorstellung, verifizieren, falsifizieren.	<ul style="list-style-type: none"> – Bestätigen Sie, dass S ein weiterer Schnittpunkt von G_j und G_p ist. (A1, 3c) – Bestätigen Sie durch Berechnung geeigneter Werte von A_p, dass für $t = 1,6$ zwei Rechtecke den maximalen Flächeninhalt aufweisen. (A12, 2d) – Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch Einsetzen geeigneter Werte.
untersuchen, prüfen	Sachverhalte nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten. Eigenschaften von oder Beziehungen zwischen Objekten herausfinden und darlegen. <i>Je nach Sachverhalt kann ein Strukturieren, Ordnen oder Klassifizieren notwendig sein.</i>	<ul style="list-style-type: none"> – Untersuchen Sie das Verhalten von G_j für $x \rightarrow \infty$. (A1, 3a) – Untersuchen Sie, welche Bedingungen die beiden Parameter k und a erfüllen müssen. (A2, 5) – Untersuchen Sie, ob der Schatten der Antenne vollständig in der Dachfläche SFG liegt. (G3, 3)

Operator	Definition	Beispiele
		<ul style="list-style-type: none"> – Prüfen Sie, ob die Ereignisse ... stochastisch unabhängig sind. (S1, 1b) – Untersuchen Sie, ob bei einer sehr großen Anzahl solcher Spiele ein Spieler Gewinn erwarten kann. (S3, 1b)
veranschaulichen	Mathematische Sachverhalte oder berechnete Werte z. B. durch Schraffuren, Baumdiagramme o. Ä. anschaulich darstellen.	<ul style="list-style-type: none"> – Veranschaulichen Sie diese Fläche in einem Koordinatensystem. (A9, 4)
vergleichen, gegenüberstellen	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.	<ul style="list-style-type: none"> – Vergleichen Sie für beide Prognosen den zu erwartenden Absatz. (A3, 5) – Vergleichen Sie das Kugelvolumen mit dem Gesamtvolumen der Doppelpyramide. (G2, 4)
zeichnen, grafisch darstellen	Eine hinreichend exakte grafische Darstellung auf der Basis der genauen Wiedergabe wesentlicher Punkte anfertigen. Bei Einsatz von Computer-Algebra-Systemen (CAS) am PC sind auch Ausdrücke von elektronischen Zeichnungen zugelassen.	<ul style="list-style-type: none"> – Zeichnen Sie die Graphen von m und m' für einen sinnvollen Zeitraum. (A8, 3) – Zeichnen Sie die Gerade in ein geeignetes Koordinatensystem ein. (G5, 3) – Zeichnen Sie den Pyramidenstumpf in ein Koordinatensystem ein. (G6, 1a)

Operator	Definition	Beispiele
zeigen, nachweisen	Eine Aussage, einen Sachverhalt nach gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen.	<ul style="list-style-type: none"> – Weisen Sie nach, dass G_f achsensymmetrisch ist. (A1, 3a) – Weisen Sie nach, dass f_t Null-, Extrem- und Wendestellen besitzt. (A11, 1) – Zeigen Sie, dass das lineare Gleichungssystem für $t \neq 6$ eindeutig lösbar ist. (G5, 1) – Zeigen Sie, dass die Grundfläche ABC dieser Pyramide ein rechtwinkliges Dreieck ist. (G1, 1a) – Zeigen Sie, dass die Ereignisse „Mitgliedschaft im Sportverein“ und „Raucher“ nicht unabhängig sind. (S4, 4)